



ESCOLA NAVAL

talant de bi-faire



Tiago Leonel Marques Carmona Afonso Pires

Barra de Pressão de Hopkinson

**Conceção e Desenvolvimento de um Projeto de uma Barra de Pressão de
Hopkinson para Realização de Ensaios Mecânicos**

**Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciências Militares Navais,
na especialidade de Engenheiros Navais - Ramo Mecânica**



**Alfeite
2016**



ESCOLA NAVAL

tafante de bi-faire



Tiago Leonel Marques Carmona Afonso Pires

Barra de Pressão de Hopkinson

***Conceção e Desenvolvimento de um Projeto de uma Barra de Pressão de Hopkinson
para Realização de Ensaios Mecânicos***

**Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciências Militares Navais, com
especialização em Engenheiros Navais – Ramo Mecânica**

Orientação de: Rui Fernando dos Santos Pereira Martins

Co-orientação de: Paulo Alexandre Marques Pires da Silva

O Aluno Mestrando

O Orientador



ASPOF EN-MEC Afonso Pires

Professor Rui Martins

Alfeite

2016

*“Não sei para onde estou a ir,
Mas estou a caminho.”*

- Carl Sagan

Agradecimentos

A realização desta Dissertação só foi possível graças ao contributo e apoio de todas as pessoas que se disponibilizaram para me apoiar tanto no trabalho, como na minha vida pessoal ao longo deste ano.

Quero agradecer em primeiro lugar ao Sr. Professor Rui Martins que ao longo do ano sempre esteve disponível para me ajudar na elaboração desta Dissertação, apoiando e fazendo várias sugestões para melhorar este trabalho.

Agradeço ao Sr. Engenheiro Construtor Naval Contra-Almirante Cunha Salvado por ter disponibilizado algum do seu tempo pessoal para me ajudar a trabalhar com o programa LS-DYNA, e fornecido material de investigação para a Dissertação.

Agradeço à Câmara de Oficiais do NTM Creoula por todo o tempo que me disponibilizaram para a realização da Dissertação durante o estágio, e por toda a paciência e vontade de me ensinar nesse curto espaço de tempo que partilhei com eles.

Agradeço ao Primeiro Tenente Moreira da Costa, por toda a preocupação que teve, e pela vontade constante que demonstrou em me querer ajudar.

Quero deixar um agradecimento especial ao Sr. Engenheiro Arquiteto Construtor Naval Capitão-de-Fragata Pires da Silva, que me ajudou muito além a nível da Dissertação.

Deixo outro agradecimento especial ao meu camarada e amigo Aspirante Quina.

E acima de tudo, agradeço aos meus pais, Leonel Pires e Madalena Carmona, por ser a pessoa que sou hoje, e ao meu filho, Francisco Pires, pois foi ele quem me deu a maior das forças para avançar com este trabalho ao longo deste ano.

Resumo

Nos dias de hoje, para a realização de qualquer projeto, é necessário fazer uma rigorosa escolha dos materiais que são utilizados, e para tal é preciso saber como é que estes se comportam perante os vários fatores presentes. Muitas das vezes estes comportamentos são estudados através de ensaios destrutivos com taxas de deformação elevadas, tal como é o caso do sistema de uma Barra de Pressão de Hopkinson.

Este trabalho tem como objetivo a criação de um projeto de uma Barra de Pressão de Hopkinson para ser construída no laboratório do Departamento de Ciências e Tecnologia da Escola Naval, para que no futuro os Cadetes da Classe de Engenharia Naval do Ramo Mecânica possam realizar ensaios, e estudar os comportamentos dos materiais perante taxas de deformação elevadas.

Nesta Dissertação está explicada toda a teoria que está por trás do sistema de uma Barra de Pressão de Hopkinson, e todos os passos que foram tomados para a criação do projeto, para simplificar da melhor forma possível toda a física que está por trás deste sistema, com o intuito de facilitar a leitura.

Palavras-chave: Barra de Pressão de Hopkinson; Taxas de deformação elevadas; Ensaios destrutivos; Propagação de Ondas.

Abstract

Nowadays, for the realization of any project it's necessary to make an accurate choice of the materials that are going to be used, and for that you need to know how they behave before the various factors present. These behaviors are usually studied in destructive tests at high strain rate, such as the system of the Split Hopkinson Pressure Bar.

This work aims to create a design of a Split Hopkinson Pressure Bar to be built in the laboratory of the Department of Science and Technology of the Portuguese Naval Academy, so that the future Cadets of the Naval Engineering Class of the Mechanical Branch can perform tests and study the behavior of the material in high strain rates.

In this Dissertation is explained the whole theory behind the system of a Split Hopkinson Pressure Bar and all the steps that were taken to the creation of design, in order to simplify the best possible way, all physics that is behind this system, in order to facilitate the reading

Keywords: Split Hopkinson Pressure Bar; High strain Rates; Destructive tests; Wave propagation.

Índice de Matérias

1.	Introdução	1
2.	Motivação e Objetivos	5
3.	Introdução Histórica	7
4.	Ensaio Dinâmico	15
5.	Princípio de Funcionamento de uma Barra de Pressão de Hopkinson	19
5.1.	Ensaio de Compressão	19
5.2.	Ensaio de Tração numa Barra de Pressão de Hopkinson	21
6.	Teoria da Barra de Pressão de Hopkinson	29
6.1.	Propagação de Ondas de Deformação Elástica em Barras Cilíndricas	30
6.2.	Reflexão e Transmissão de Ondas	33
6.3.	Impedância Mecânica	35
6.4.	Deformação e Deslocamento das Barras	40
6.5.	Dispersão de Onda	43
6.6.	Propagação de Ondas de Deformação Plástica.....	47
6.7.	Cálculo da Tensão, Deformação e Taxa de Deformação do Provete	51
6.8.	Teoria da Barra de Pressão de Hopkinson Utilizando a Conservação de Energia	54
6.9.	Velocidade da Barra Projétil	57
6.10.	Compressão e Tração	60
7.	Projeto de uma Barra de Pressão de Hopkinson.....	68
7.1.	Barras Projétil, Incidente e de Transmissão	68
7.2.	Provetes	69
7.3.	Pressão Necessária para o Sistema	71
7.3.1.	Física por trás dos Cálculos da Pressão	72
7.4.	Cálculos Principais Para o Projeto	73
7.4.1.	Ensaio de Compressão	75
7.4.2.	Ensaio de Tração	77
7.5.	Componentes Mecânicas da Barra de Pressão de Hopkinson.....	77
7.5.1.	Suporte do Sistema de Ensaio	78
7.5.2.	Suportes das Barras	80
7.5.3.	Barra Projétil	81

7.5.4.	Barra Incidente e Barra de Transmissão.....	82
7.5.5.	Sistema de Pressão.....	83
7.5.6.	Sistema de Absorção de Impacto	88
7.6.	Introdução à Escolha dos Instrumentos de Leitura.....	89
7.6.1.	Extensómetros	90
8.	Conclusões e Recomendações	92
9.	Bibliografia.....	95
10.	Apêndices	99
10.1.	Apêndice A – Desenhos de Projeto	99

Índice de Figuras

Figura 1 - Esboço de uma Barra de Pressão de Hopkinson (Pinto, 2009).....	2
Figura 2 - Dispositivo de Sir John Hopkinson (modulado no SolidWorks 2015)	8
Figura 3 - Dispositivo de Sir Bertram Hopkinson	10
Figura 4 - BPH modificada por E. Volterra (Walley)	12
Figura 5 - BPH modificada por H. Kolsky (Walley).....	13
Figura 6 - BPH modificada por U. S. Lindholm (Pinto, 2009)	14
Figura 7 - BPH do Laboratório de Estruturas da Divisão de Engenharia Aeronáutica do ITA, em São Paulo, Brazil (Engenharia Aeronáutica, 2016)	19
Figura 8 - BPH do SIMLab da Universidade Norueguesa de Ciência e Tecnologia, em Trondheim (Norwegian University of Science and Technology, 2016).....	20
Figura 9 - Método Hollow Striker (Berger-Pelletier, 2013)	22
Figura 10 - Anel de Compressão (Berger-Pelletier, 2013).....	23
Figura 11 - Conjunto da manga e provete laminado (Berger-Pelletier, 2013).....	24
Figura 12 - Dispositivo completo (Berger-Pelletier, 2013)	24
Figura 13 - Esquema de um dispositivo de barras laterais (Berger-Pelletier, 2013)	25
Figura 14 - Fixação do provete no método de barras laterais (Berger-Pelletier, 2013)	26
Figura 15 - Provete em formato de cartola (Berger-Pelletier, 2013)	26
Figura 16 - Propagação de ondas entre a barra incidente (1) e o provete (2) (Ferreira, 2003) ...	34
Figura 17 - Quando o coeficiente de transmissão é 1	38
Figura 18 - Quando o coeficiente de transmissão é menor que 1	39

Figura 19 - Quando o coeficiente de transmissão é maior que 1	39
Figura 20 - Evolução da forma da onda de impulso ao longo da distância percorrida (Ferreira, 2003).....	44
Figura 21 - Representação das coordenadas cilíndricas aplicadas numa barra e das componentes de tensão numa superfície elementar (Ferreira, 2003)	45
Figura 22 - Curva de Tensão-Deformação (Mathalino, 2016)	47
Figura 23 - Relevância da Taxa de Deformação nas Curvas de Tensão-Deformação (Ferreira, 2003).....	48
Figura 24 - Demonstração do declive nas diferentes zonas de deformação (Ferreira, 2003).....	50
Figura 25 - As variáveis e o provete.....	52
Figura 26 - Diagrama de Lagrange para ensaios de compressão (a) e de tração (b) (Berger-Pelletier, 2013)	60
Figura 27 - Simetria entre os diagramas de Lagrange nos ensaios de compressão (a) e tração (b) (Berger-Pelletier, 2013).....	61
Figura 28 - Diagrama de Lagrange mostrando a sobreposição de ondas (Berger-Pelletier, 2013)	62
Figura 29 - Diagrama de Lagrange sem sobreposição de ondas (Berger-Pelletier, 2013)	64
Figura 30 - Diagrama de Lagrange de um ensaio de tração completo (Berger-Pelletier, 2013).....	66
Figura 31 - Provete para ensaio de compressão, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015).....	70
Figura 32 - Provete para ensaio de tração, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015)	70
Figura 33 - Furos para enroscar o provete nas barras incidente e de transmissão num ensaio de tração, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015).....	71
Figura 34 - Diagrama Esquemático do Sistema de Pressão (Dyab, Matin, & Jin, 2013).....	72

Figura 35 - Propriedades Físicas do Aço Normalizado 4340, (SolidWorks 2015)	74
Figura 36 - Suporte Vertical (modulado no SolidWorks 2015).....	79
Figura 37 - Barra de Suporte Horizontal (modulado no SolidWorks 2015)	79
Figura 38 - Suporte das Barras (modulado no SolidWorks 2015)	80
Figura 39 - Suporte de Barras montado na Viga (modulado no SolidWorks 2015)	81
Figura 40 - Provete para Ensaio de Compressão (modulado no SolidWorks 2015)	83
Figura 41 - Provete para Ensaio de Tração (modulado no SolidWorks 2015)	83
Figura 42 - Pistola de ar (modulado no SolidWorks 2015).....	84
Figura 43 - Câmara-de-ar (modulado no SolidWorks 2015).....	84
Figura 44 - Túnel da Barra Projétil (modulado no SolidWorks 2015)	85
Figura 45 - Câmara-de-ar vista com um corte de secção (modulado no SolidWorks 2015).....	86
Figura 46 - Pistola de Ar montada (modulado no SolidWorks 2015).....	87
Figura 47 – Conceptualização do Sistema de Absorção de Impacto (modulado no SolidWorks 2015).....	88
Figura 48 - Base do Sistema de Absorção de Impacto (modulado no SolidWorks 2015)	89
Figura 49 - Dois Extensómetros ligados a uma Ponte de Wheatstone (Young, 2015)	91

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Classificação das técnicas de ensaio de acordo com a razão de deformação (ASMI & Han, 1992).....	17
Tabela 2 - Vantagens e Desvantagens dos diferentes Métodos	27
Tabela 3 - Propriedades Físicas dos aços AISI 4140 e AISI 4340 (AZOM, 2016)	82
Tabela 4 - Propriedades Físicas dos aços AISI 304 (AZOM, 2016)	85

Índice de Gráficos

Gráfico 1 - Consequência da razão de impedância nos coeficientes de transmissão e de reflexão de forças	40
Gráfico 2 - Consequência da razão de impedância nos coeficientes de transmissão e de reflexão de deformação numa interface	42

1. Introdução

Todas as máquinas e estruturas presentes no nosso dia-a-dia, são compostas por materiais específicos, para cumprirem com os requisitos pretendidos. Estes materiais são escolhidos consoante as suas propriedades físicas e químicas, que são o ponto de partida para a criação de qualquer estrutura. Quando a escolha é feita, é preciso ter em conta que os materiais podem sofrer uma ampla variedade de condições de carga, sejam elas estáticas ou dinâmicas, causando diferentes tipos de deformação.

Ao longo da história, constatamos que o Homem sempre teve a tendência para criar e utilizar novos materiais, melhorando as suas propriedades e diminuindo os seus custos de produção, para aumentar o conforto e/ou a segurança do seu dia-a-dia. Para tal, foi necessário estudar as propriedades físicas de forma a obter as informações essenciais para a substituição do novo pelo antigo não colocar em risco a segurança nem o conforto.

Uma das propriedades mais importantes para a escolha dos materiais é o modo como se comportam quando são sujeito a cargas. Este tipo de informação é recolhida através de ensaios destrutivos, em que os mais comuns são os que envolvem reduzidas taxas de deformação, considerados ensaios clássicos, onde o provete é lentamente deformado. Nestes ensaios, não se conseguem obter as informações necessárias sobre o comportamento dos materiais quando são sujeitos a elevadas taxas de deformação, e para tal é necessário recorrer a ensaios que criem este tipo de condições, e é nestas situações que se utiliza a Barra de Pressão de Hopkinson (BPH). A taxa de deformação sofrida pelos materiais é um fator deveras importante a ter em conta quando se está a estudar as suas propriedades, pois a relação Tensão-Deformação de um material diverge consoante a taxa de deformação sofrida.

A construção de uma estrutura, requer um perfeito conhecimento das propriedades e do comportamento elástico e inelástico dos materiais que a compõem, e deve-se ter sempre presente que esses comportamentos podem variar ao longo do tempo, consoante os vários fatores ambientais do local em que se encontra.

Os ensaios de tração convencionais têm como principal objetivo obter informações sobre a resistência dos materiais quando é aplicada uma força em condições quási-estáticas. Normalmente essa força é aplicada através de um mecanismo de parafuso sem fim ou de um sistema hidráulico. As taxas de deformação máximas que estes ensaios podem atingir é cerca de $0,1 \text{ s}^{-1}$. Já os ensaios de impacto, como o Charpy ou o Izod, podem causar uma taxa de deformação nos materiais que pode ir até aos 100 s^{-1} .

Durante a Segunda Grande Guerra Mundial (séc. XX), a resistência mecânica de um material perante uma onda de choque, era estudada através do uso de gás comprimido, ou de um impacto explosivo. Este tipo de ensaios conseguia alcançar taxas de deformação acima dos 10^4 s^{-1} , devido às elevadas pressões que eram criadas durante os ensaios (Split Hopkinson Pressure Bar Apparatus - An Historic Mechanical Engineering Landmark, 2006).

A BPH é um dispositivo que permite realizar ensaios, de compressão, de tração, de torção, e é utilizado para estudar o comportamento dos materiais quando sujeitos a elevadas taxas de deformação. É constituída por três barras cilíndricas: a barra de projétil (que colide com uma segunda barra criando um impacto), a Incidente (que transmite a pressão ao provete) e a de Transmissão (que recebe parte da pressão que foi aplicada no provete). O provete é colocado entre ambas as barras como se pode observar na Figura 1.

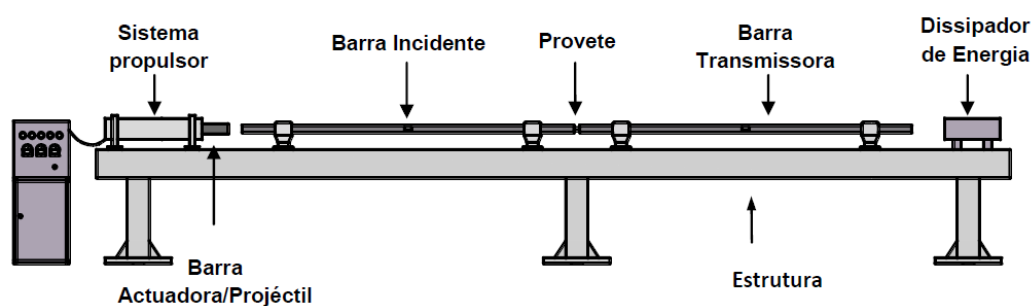


Figura 1 - Esboço de uma Barra de Pressão de Hopkinson (Pinto, 2009)

A BPH é um sistema que fornece informações sobre o comportamento dos materiais que constituem as estruturas quando são sujeitos a taxas de deformação elevadas como acontece em impactos, que sempre foi matéria de interesse a nível militar, aeroespacial, naval entre muitas outras (Pinto, 2009).

Existem vários tipos de ensaios destrutivos, que diferem uns dos outros pelos valores das taxas de deformação aplicadas nos provetes, e são divididos pelos seguintes intervalos (Ferreira, 2003):

- Clássicos, ou quási-estáticos – $[0,001 ; 0,01]s^{-1}$;
- Ensaio a médias taxas de deformação - $[0,1 ; 100]s^{-1}$;
- Ensaio a elevadas taxas de deformação – superiores a $1000s^{-1}$.

No entanto, não existe uma definição clara destes intervalos, pois muitas vezes dependem do material que se está a estudar (Ferreira, 2003).

A BPH mais atual e utilizada foi desenvolvida no ano de 1962 por U. S. Lindholm que tinha o objetivo de alcançar taxas de deformação entre $100 s^{-1}$ e $5000 s^{-1}$, onde o tempo de duração do ensaio era o equivalente à maioria das explosões, impactos balísticos, entre outros cenários, que tinham aplicações em muitas áreas de interesse tanto a nível militar, como a nível civil (Split Hopkinson Pressure Bar Apparatus - An Historic Mechanical Engineering Landmark, 2006).

Na parte militar naval, a aplicação de maior interesse é a da proteção a nível balístico, onde são exigidos materiais com elevada resistência à penetração, e que contenham a menor massa possível, para minimizar o deslocamento do navio. A otimização de materiais com as características enunciadas, exige um profundo conhecimento do seu comportamento perante solicitações dinâmicas de elevada tensão, e por isso a resposta dos materiais perante estas condições tem de ser algo que é perfeitamente compreendida para concretizar as melhores decisões sobre as escolhas dos materiais a utilizar.

É sabido que com o aumento da taxa de deformação aplicada aos materiais, estes tendem a fazer uma transição de comportamento do tipo dúctil para o frágil (Ferreira, 2003), criando assim um elevado interesse na quantificação do efeito da taxa de deformação sobre o comportamento que possam demonstrar. Isto acontece devido a fenómenos físicos e diferentes mecanismos que regem o comportamento dos materiais a diferentes taxas de deformação.

Esta Dissertação de Mestrado tem como principal objetivo a criação de um projeto de uma BPH para os Cadetes realizarem ensaios de elevadas taxas de deformação em ambiente académico, para tirar o máximo de informação possível sobre o comportamento dos provetes quando sujeitos a cargas dinâmicas de elevada tensão, podendo assim aplicar os vários conhecimentos que foram adquiridos durante o percurso feito na Escola Naval (EN).

2. Motivação e Objetivos

Ao longo do curso, nas várias Cadeiras com que me deparei nos diferentes semestres, o comportamento dos materiais quando sujeitos a forças externas foi um tema frequentemente abordado pelos Professores no que diz respeito a exemplos de uma determinada matéria, ou no que toca a exercícios a realizar em Repetições e Exames.

Nas aulas de Ciências dos Materiais, quando foram realizados ensaios de tração e compressão num provete, todos esses ensaios foram realizados recorrendo a ensaios clássicos, ou seja, com taxas de deformação reduzidas.

Uma das grandes motivações para fazer uma Dissertação de Mestrado sobre a BPH, foi o fato de me permitir adquirir conhecimento na área dos ensaios que envolvem elevadas taxas de deformação.

O objetivo desta Dissertação é criar um projeto de uma BPH que no futuro seja possível construir para o laboratório do Departamento de Engenharia Mecânica da EN, por forma a ser possível os Cadetes realizarem ensaios de cargas dinâmicas elevadas em provetes de vários materiais e estudarem o seu tipo de comportamento quando sofrem a uma taxa de deformação elevada, que se encontre dentro do intervalo da capacidade da BPH que se pretende projetar.

Para além do referido, espera-se que o desenvolvimento de uma BPH possa servir para a realização de projetos de investigação.

3. Introdução Histórica

No princípio do século XVII, Galileo Galilei desenvolveu um estudo na área da Estática e da Dinâmica na Física que nos rodeia (Ross, 2009). Na Dinâmica, os principais temas de estudo foram os choques entre dois ou mais corpos com restituição elástica, a balística, que na altura era tema de principal interesse para o desenvolvimento militar, e a mecânica celeste que era um tema de grande interesse para a arte de navegar. Depois de tirar várias conclusões nas suas investigações, em 1638 Galileo escreveu um livro com o nome de *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno due Nuove Scienze, Meccanica e Movimenti Locali* (Galilei, 1638). Nesse livro (Galilei, 1638), Galileu refere que as forças impulsivas resultantes de um choque são diretamente proporcionais à velocidade relativa, e que há uma proporcionalidade direta entre o efeito do impacto e a componente normal da velocidade relativa, ou seja, quando mais próximo da ortogonal for o embate, em relação à face de contacto, maior será a quantidade de movimento transmitido pelo choque. Um ano mais tarde, em 1639, o Professor Marco Marci no seu trabalho *De Proportione Motus* (Marci, 1648) após de ter feito vários estudos e observações nos seus trabalhos sobre colisões, pôde observar que é possível um corpo mover-se a uma velocidade, v , e outro encontrar-se em repouso, e assim que se dá a colisão haver uma inversão de movimentos, ou seja, o corpo que estava em repouso entra em movimento a uma velocidade, e o outro corpo que estava em movimento fica em repouso.

Uns anos mais tarde, Sir Isaac Newton deu um importante contributo para a ciência. Para além do que os grandes nomes da Ciência se limitavam a fazer, que era observar as suas experimentações e descrevê-las o melhor possível, Newton além de as descrever, tentava explicar as causas que faziam as coisas acontecer dessa maneira, expondo os seus pensamentos do modo mais claro possível.

É em 1872, através de Sir John Hopkinson, que se começam a realizar estudos experimentais sobre a capacidade de resistência dos metais quando sujeitos a impacto (Hopkinson, 1872). Para realizar as suas experiências recorria a um arame de aço, que se encontrava na vertical, e também a uma esfera de aço furada que percorria o arame em queda livre a partir de uma determinada altura, h , como se encontra demonstrado na Figura 2. Ao

repetir várias vezes a experiência com esferas de diferentes massas, Sir John Hopkinson pôde verificar que a altura mínima necessária para se dar a rutura no arame era independente da massa da esfera, e que a rutura nunca se dava no extremo que continha a flange, local em que se dava o impacto, mas sim no extremo superior que estava fixo (Hopkinson, 1872). No entanto, se a altura a que a esfera era largada fosse superior a um valor crítico, h_{cr} , a rutura passaria a ser no extremo em que se encontrava a flange.

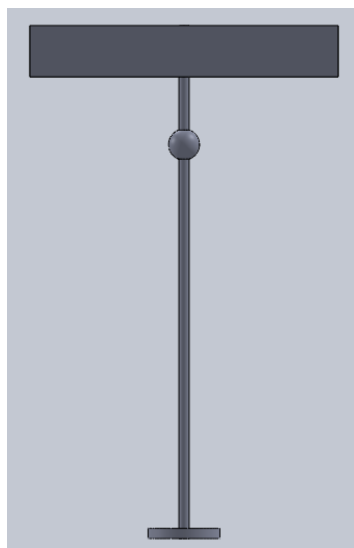


Figura 2 - Dispositivo de Sir John Hopkinson (modulado no SolidWorks 2015)

Uns anos mais tarde, o seu filho, Sir Bertram Hopkinson, deu continuidade aos seus estudos e foi até considerado o primeiro grande impulsionador do estudo experimental da propagação de ondas de tensão. Durante os seus estudos conseguiu concluir que independentemente do material de que era constituído o arame, este poderia ser submetido a uma tensão superior à sua tensão de rutura estática sem sofrer uma deformação considerável, desde que o intervalo de tempo exercido pela tensão que excedesse o limite elástico não fosse superior a **0,001 s** (Hopkinson B. , 1905).

O principal objetivo dos estudos de Sir Bertram Hopkinson consistia em conseguir caracterizar o impacto gerado por explosivos, e para isso teve de recorrer a varões de aço circulares que funcionavam como guias para as ondas de tensão que eram criadas durante o impacto. Sir Bertram Hopkinson desenvolveu uma técnica que tinha por base as propriedades de propagação de ondas de tensão unidireccionais em meios elásticos. E foi desta forma que foi dado

o primeiro passo para a criação da BPH que é utilizada nos dias de hoje (Hopkinson B. , A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets, 1914).

O dispositivo proposto por Sir Bertram Hopkinson era um pêndulo balístico composto por uma barra principal (B) e por quatro a oito barras secundárias de menor comprimento, que eram referidas como “peças” (C), onde em cada ensaio eram apenas utilizadas duas barras, que se encontravam perfeitamente alinhadas e justapostas graças ao auxílio de um eletroímã, tal como se pode observar na Figura 3 (Ferreira, 2003). Para caracterizar um impulso, eram realizados vários ensaios alternando as peças entre eles. A razão de o dispositivo ser composto por duas barras perfeitamente alinhadas e justapostas, era para ficarem ambas as bases em contacto integral, assim esta união permitia a propagação de uma onda de tensão em compressão, da barra para a peça, para a transmissão total da onda de tensão em compressão fosse realizada. Em geral, quando era gerado um impulso através de uma carga explosiva (A) numa das bases da barra, a onda propagava-se pela barra e era transmitida para a peça sem qualquer perturbação, e quando a onda atingia a outra extremidade da peça refletia-se sob a forma de uma onda de tração e invertia o sentido do seu movimento, percorrendo a peça em sentido contrário. A onda refletida deixava de ser transmitida à barra a partir do momento em que esta atingisse o topo da peça, pois a interface barra-peça fazia com que adquirissem diferentes velocidades em diferentes sentidos, e daí separarem-se.

Era assim que Sir Bertram Hopkinson conseguia calcular a duração do impulso, começando por utilizar a peça de maior comprimento, e ir repetindo a experiência com peças cada vez menores, até obter o efeito pretendido. Para montagens com peças de menor comprimento, a barra e a peça ficam ambas animadas de movimento, e fazendo as medições de movimento nas duas era possível determinar a intensidade do impulso. Utilizando peças de comprimentos sucessivamente mais curtos era possível obter a evolução temporal da energia do impulso. Esta técnica foi utilizada para medir impulsos gerados por impactos balísticos e explosivos.

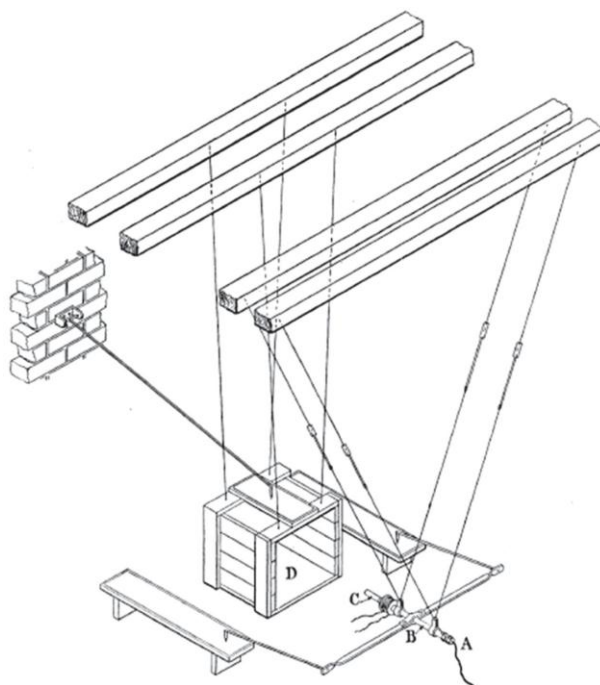


Figura 3 - Dispositivo de Sir Bertram Hopkinson

Nos seus trabalhos, Sir Bertram Hopkinson não só analisa como também descreve claramente o fenómeno da propagação de onda de pressão recorrendo aos exemplos que observou nas suas experiências. Esta abordagem experimental sem dúvida que foi um enorme contributo para a compreensão do fenómeno e das suas possíveis aplicações, e nos dias de hoje, como que uma espécie de homenagem, muitos dos dispositivos e mecanismos utilizados para o estudo do comportamento dinâmico dos materiais são conhecidos pelo nome Hopkinson.

O segundo grande passo para o desenvolvimento da BPH que é utilizada nos dias de hoje, foi dado nos anos de 1948 e 1949, através de trabalhos realizados por vários nomes da ciência, dos quais se destacaram R. M. Davies, E. Volterra e H. Kolsky, que recorreram a microfones capacitivos com a capacidade de fazer medições à intensidade de um impulso durante a sua propagação ao longo de uma barra (Hopkinson B. , A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets, 1914). E para poderem ler os dados que eram obtidos pelos microfones utilizaram amplificadores eletrónicos com uma largura de banda capaz de responder a sinais com componentes superiores a **100 kHz**.

É no trabalho publicado por Davies em 1948, *A Critical study of the Hopkinson Pressure Bar* (Davies, 1948), onde afirmou ser possível medir eletricamente o deslocamento longitudinal da onda de tensão ao longo da barra, e que o registo contínuo da curva de Pressão-Tempo fosse realizada. Foi com este avanço que se reduziu a utilização de várias barras secundárias e se alargou a gama de utilização da BPH para impulsos de baixa intensidade.

Na mesma altura, Volterra e Kolsky publicaram trabalhos bastante idênticos sobre a caracterização dinâmica dos materiais (Volterra, 1948) (Kolsky, 1949), utilizando nas suas experiências BPH e fazendo as medições dos impactos da maneira que Davies propôs no seu trabalho.

Colocando uma barra unida a um provete e criando um impacto na barra através de um disparo de uma carabina, Volterra conseguia fazer uma leitura da força que era exercida sobre o provete, $F_p(t)$, utilizando o método de obtenção de dados que foi publicado por Davies, e por sua vez fazia também previamente a leitura da força que o impacto exercia sobre a barra com uma determinada massa, $F_b(t)$. A deformação sofrida pelo provete era calculada fazendo uma dupla integração da expressão.

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = F_b(t) - F_p(t) \quad (3.1)$$

Sabendo que o resultado obtido pela dupla integração era pouco preciso, Volterra aperfeiçoou o seu dispositivo substituindo o disparo de uma carabina por uma barra que oscilava de forma pendular, e que embatia diretamente no provete, registando opticamente a deformação sofrida pelo provete através de uma câmara fotográfica de tambor rotativo, como se encontra representado na Figura 4. Foi através deste dispositivo que Volterra caracterizou o comportamento dinâmico de alguns polímeros (Ferreira, 2003).

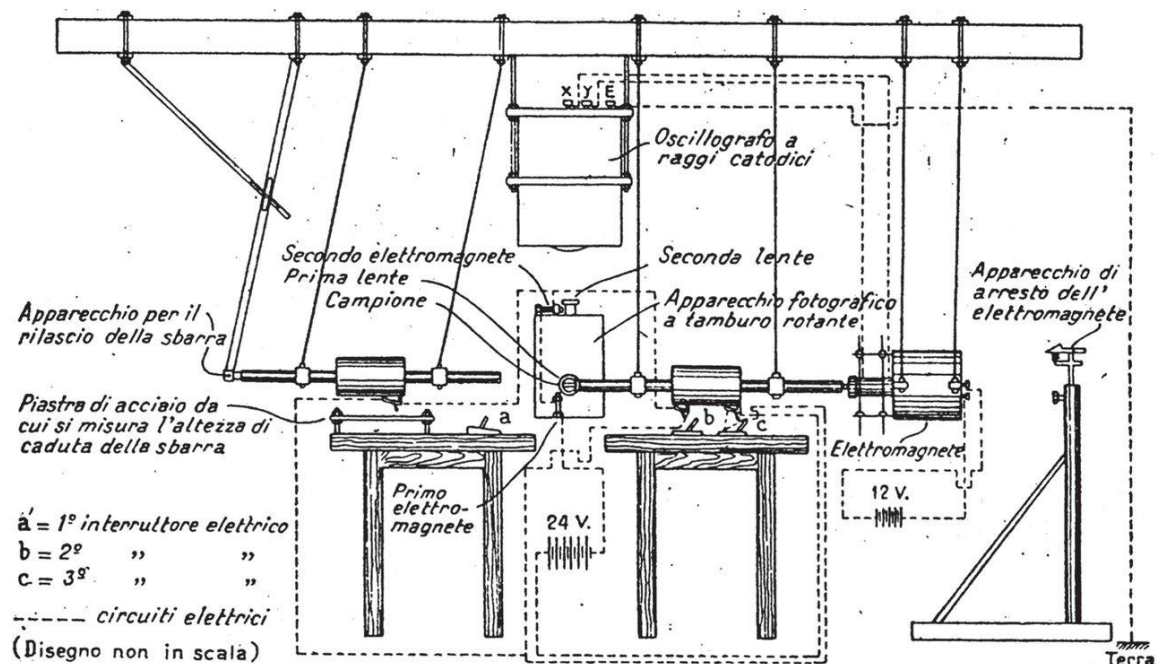


Figura 4 - BPH modificada por E. Volterra (Walley)

No ano de 1949, Kolsky publicou um trabalho intitulado de *An Investigation of the Mechanical Properties of Materials at very High Rates of Loading* (Kolsky, 1949), onde propôs uma alteração ao dispositivo de Sir Bertram Hopkinson aplicando as ideias propostas por Davies no seu trabalho no ano anterior, ou seja, um dispositivo composto por duas barras, uma barra incidente que sofre o impacto e transmite a onda de tensão ao provete, e uma barra de transmissão que recebe parte dessa onda diretamente do provete que era colocado entre ambas as barras. Neste dispositivo o impulso era gerado pela detonação de uma carga explosiva.

Neste seu trabalho, Kolsky trabalhava com três impulsos, que eram o impulso incidente, I_I , que é a onda de tensão gerada pela detonação na barra incidente, o impulso refletido, I_R , que é a onda de tensão refletida em sentido contrário à onda criada pelo impulso incidente e que se propagava na barra incidente, e o impulso transmitido, I_T , que é a onda de tensão que é transmitida pelo provete ao longo da barra de transmissão, tal como demonstrado na Figura 5. Kolsky relacionava os impulsos da seguinte forma

$$I_I = I_R + I_T \quad (3.2)$$

Através de transdutores capacitivos media os deslocamentos incidente, u_I , refletido, u_R , e transmitido, u_T , e com estes dados Kolsky conseguia fazer a curva de Tensão-Deformação do provete.

O modo que Kolsky utilizava para fazer a calibração deste dispositivo era colocando ambas as barras unidas, sem o provete no meio delas, causando um impacto na barra incidente e comparando os deslocamentos de ambas, para que os deslocamentos tivessem valores semelhantes. Nos seus ensaios conseguiu obter as características do comportamento dinâmico de materiais como a borracha sintética, o cobre, o chumbo e o perspex.

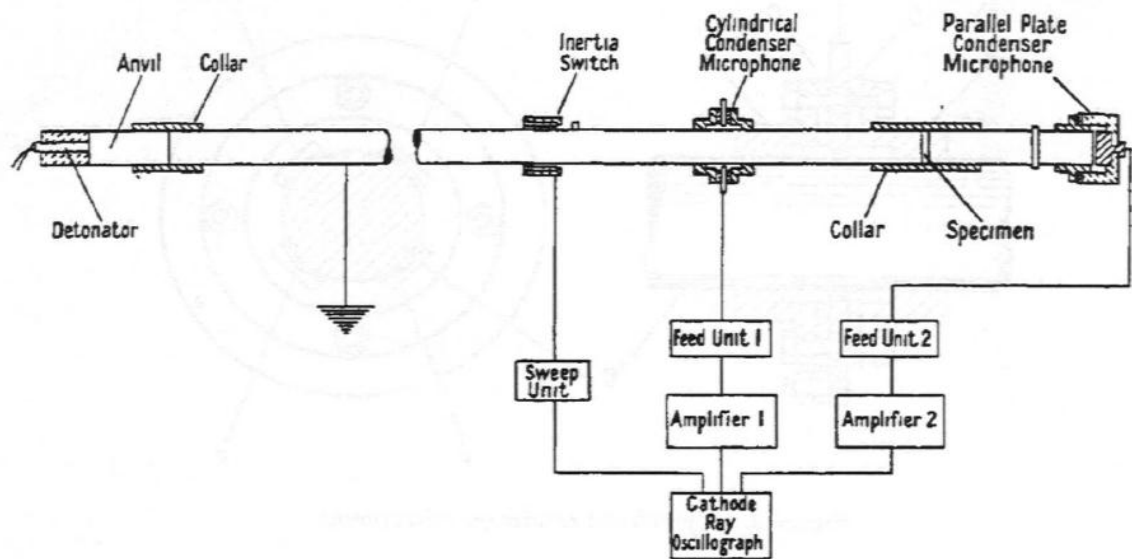


Figura 5 - BPH modificada por H. Kolsky (Walley)

Mais tarde, no ano de 1961, F. E. Hauser ao estudar o comportamento do aço-carbono quando é sujeito a uma compressão estática e dinâmica, decidiu colocar extensômetros na superfície de ambas as barras e concluiu que conseguia obter resultados muito mais precisos sobre o deslocamento das barras (Ferreira, 2003). Devido à variação da resistência do extensômetro que era afetada pela alteração da sua área de secção transversal e comprimento, era possível associar a deformação que era sentida nas barras à diferença de potencial (ddp) apresentada nos extensômetros.

Hoje em dia, a BPH que é utilizada pela maioria dos laboratórios é a versão que foi aperfeiçoada por U. S. Lindholm no princípio do ano de 1960 (Pinto, 2009), que residiu em modificar a técnica utilizada por Kolsky, alterando o comprimento das barras do dispositivo, e colocando extensómetros na superfície das barras. Recorrendo a uma tecnologia mais moderna onde ligava os extensómetros a uma placa de circuitos, Lindholm conseguia medir e criar diretamente um gráfico de Tensão-Deformação do ensaio que se encontrava a ser realizado.

Outro aperfeiçoamento que Lindholm conseguiu, foi deixar de recorrer a explosivos para criar um impacto na barra incidente, ou seja, criou um mecanismo a gás comprimido que lhe permitia controlar com bastante precisão a velocidade a que a barra projétil colidia com a barra incidente, ajustando apenas a pressão a que o gás comprimido era descarregado. Na Figura 6 podemos ver um esquema simples do funcionamento da BPH aperfeiçoada por Lindholm.

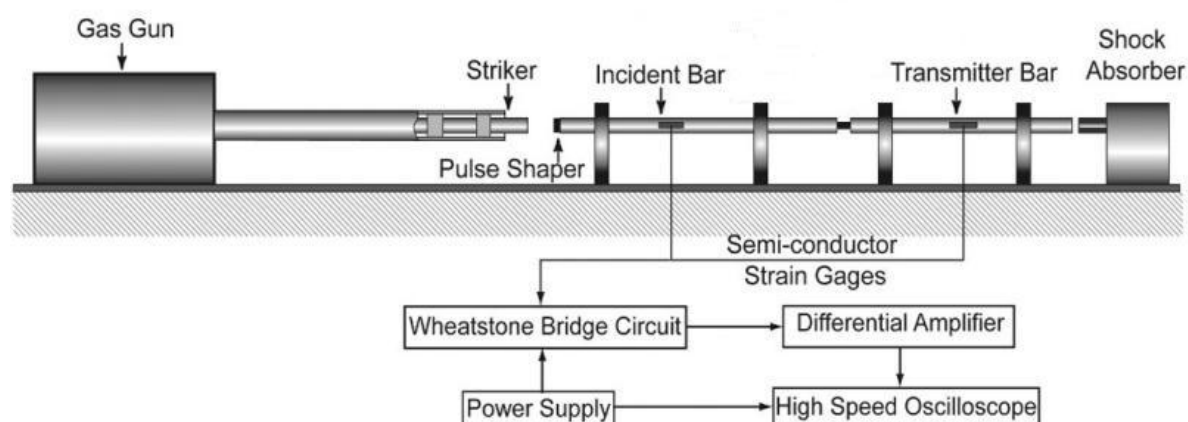


Figura 6 - BPH modificada por U. S. Lindholm (Pinto, 2009)

O dispositivo utilizado nos dias de hoje é frequentemente chamado de BPH, no entanto, como a ideia de colocar o provete entre ambas as barra incidente e de transmissão foi de Kolsky, este dispositivo também é comumente chamado de Barra de Kolsky.

Embora a variedade de autores que contribuíram para o avanço da BPH até aos dias de hoje ainda seja vasta, é de notar que os trabalhos que mais contribuíram foram os trabalhos de B. Hopkinson, R. M. Davies e H. Kolsky.

4. Ensaio Dinâmico

É possível observar na História da Engenharia, à medida que nos aproximamos dos dias de hoje, que a qualidade dos materiais utilizados em equipamentos, mecanismos, estruturas, entre outras aplicações, tem vindo a melhorar exponencialmente, e isso é proveniente da criação de novos materiais. Para ter a confiança que esses materiais novos podem substituir os anteriores com um melhor desempenho, é necessário recorrer a vários tipos de testes, consoante a finalidade que lhes é pretendida, para certificar que a troca proporcione uma melhor qualidade e segurança que os anteriores.

Uma das razões muito importantes para a criação de novos materiais é o preço de produção e o lucro que se pode obter através deles com novos projetos e novas aplicações, ou através de otimizações de projetos anteriores. A maioria das vezes é o fator financeiro que tem um maior peso de decisão para o desenvolvimento e comercialização de novos materiais, procurando que o intervalo de tempo entre o investimento e o lucro seja o menor possível. Mas isto é apenas uma informação para se ter em conta, pois nesta Dissertação a parte económica não será mais aprofundada que isto.

As otimizações a serem feitas nos materiais variam bastante consoante o que é necessário melhorar. Por exemplo, uma das otimizações pretendidas para as ligas utilizadas na construção naval é que cada vez tenham menor densidade e maior resistência mecânica, por forma a melhorar a maior resistência a impactos, como em caso de colisão. Já nos materiais a utilizar nos chassis dos carros, as otimizações pretendidas diferem. Em relação ao peso pretende-se que seja o menor possível, mas, para além da elevada resistência mecânica requerida, pretende-se também que os chassis sejam suficientemente capazes de se deformarem plasticamente para conseguirem absorver a maior quantidade de energia durante o impacto e protegerem os passageiros que se encontram no interior. E é para este tipo de acontecimentos do nosso dia-a-dia que se realizam Ensaio Dinâmico (ED).

A nível militar, estes ensaios têm um especial interesse devido à seleção do tipo de materiais que devem ser utilizados em aplicações de proteção e blindagem, e por ser possível recolher a quantidade de informação necessária sobre as propriedades mecânicas dos materiais

em questão quando sujeitos a elevadas taxas de deformação. Simultaneamente, é muito importante a compreensão das propriedades físicas para a construção de novas estruturas ou materiais, sejam elas coletes à prova de bala, edifícios, navios, aeronaves, entre outras, para otimizar ao máximo os seus comportamentos quando sujeitos a cargas dinâmicas envolvendo elevadas taxas de deformação.

Uma quantidade significativa de informações sobre as propriedades físicas e mecânicas dos materiais que têm sido obtidas ao longo dos anos, foi através de ensaios destrutivos clássicos, que aplicam taxas de deformação reduzidas nos provetes, entre os $0,001 \text{ s}^{-1}$ e os $0,01 \text{ s}^{-1}$, com estes valores é impossível estudar e compreender o comportamento estrutural dos materiais quando sujeitos a valores superiores de taxas de deformação. Por exemplo, se pretender estudar o comportamento do costado de um navio quando sofre o ataque de um míssil, tem-se de recorrer a ensaios que consigam aplicar taxas de deformação com valores compreendidos entre os 10^5 s^{-1} e 10^7 s^{-1} (Tabela 1), para as condições serem o mais próximas possível da realidade (Ferreira, 2003).

Uma propriedade física que hoje em dia é bem conhecida, e que só foi possível ser estudada graças à utilização de ED, é a transição do comportamento dúctil para frágil apresentado pelos materiais à medida que a taxa de deformação aumenta. A taxa de deformação é um parâmetro muito importante para o estudo do comportamento dos materiais quando são sujeitos a solicitações dinâmicas de elevada velocidade, que é expresso matematicamente pela equação 4.1.

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} \quad (4.1)$$

Nesta equação a variável $\dot{\epsilon}$ representa a taxa de deformação, ϵ a deformação e t o tempo. A unidade de medida da taxa de deformação é o s^{-1} , tal como se tem verificado ao longo leitura desta Dissertação, isto porque a deformação é uma medida adimensional que é dividida pelo tempo. No entanto, é importante ter a noção que este não é o único parâmetro de interesse, pois existe uma variedade de fenómenos físicos também responsáveis pela mudança do comportamento que um material pode apresentar a diferentes taxas de deformação, como por exemplo a temperatura.

Os ensaios que envolvem elevadas taxas de deformação são realmente muito importantes para o meio militar, e não só, por nos fornecerem informações importantes para a prevenção ou acontecimento de algum sinistro. Tal como foi referido anteriormente, existem vários ensaios destrutivos que são realizados para obter o máximo de conhecimentos sobre as propriedades físicas dos materiais quando sujeitos cargas dinâmicas.

Através dos dados expostos na Tabela 1, podemos ter uma noção de alguns ensaios existentes.

$\dot{\epsilon}(s^{-1})$	Tipo de Teste	Método de Carga – Máquina de Ensaio	Considerações Dinâmicas	
$10^4 < \dot{\epsilon} < 10^7$	Impacto a alta velocidade	Explosivos, projéteis, impacto em placas, impacto de penetração, pressão/corte	Propagação de ondas de choque Propagação de ondas de corte	Forças de Inércia Importantes Ensaios Adiabáticos
$50 < \dot{\epsilon} < 10^4$	Elevadas taxas de deformação	Impacto por explosivos, anel de expansão Impacto mecânico, impacto de Taylor, BPH	Propagação de ondas elásticas/plásticas	
$0,1 < \dot{\epsilon} < 50$	Médias taxas de deformação	Servo hidráulico de alta velocidade, pneumáticas, mecânicas por excêntrico	Ressonância mecânica na máquina e no provete são importantes	
$10^{-5} < \dot{\epsilon} < 0,1$	Ensaio clássico ou quase-estáticos	Máquinas hidráulicas, servo hidráulico ou de parafuso	Deformação constante, ou deslocamento constante	Forças de Inércia desprezáveis
$< 10^{-5}$	Fluência e relaxação de tensões	Carga constante, carregamento por pesos	Resposta viscoplástica de metais, relações deformação-tempo	Ensaio Isotérmico

Tabela 1 - Classificação das técnicas de ensaio de acordo com a razão de deformação (ASMI & Han, 1992)

À medida que se aumenta a carga dinâmica num ensaio, aumenta também a dificuldade em realizar medições sobre o carregamento aplicado no provete e a deformação sofrida pelo mesmo a cada instante. Nos dias de hoje existem vários equipamentos com a capacidade de realizar ED, tal como se pode observar na Tabela 1, com diferentes taxas de deformação, e os ensaios que se escolhem fazer num determinado material dependem dos objetivos pretendidos para o mesmo.

No geral, os ED são testes que se baseiam na aplicação de cargas dinâmicas elevadas num curto espaço de tempo, sob a forma de impulso. Este impulso tem como função a criação de

ondas de tensão para se estudar a sua propagação ao longo de um provete, no entanto é necessário referir que esta propagação não acontece apenas através de um impulso aplicado diretamente no provete, mas também podem ser geradas internamente através de forças de inércia, algo que será aprofundado com o avanço na Dissertação.

5. Princípio de Funcionamento de uma Barra de Pressão de Hopkinson

5.1. Ensaios de Compressão

Como foi referido anteriormente, existem vários tipos de ED e vários equipamentos para os realizar, tais como o Ensaio de Taylor, dispositivos tipo *drop weight tower*, mecanismos de ensaio servo hidráulicos, entre muitos outros, mas tal como descrito no título desta Dissertação, o tipo de mecanismo que será abordar é a BPH. A grande maioria dos laboratórios que utilizam a BPH para realizar ED por impacto, recorrem à configuração constituída por três barras cilíndricas e esbeltas, alinhadas umas com as outras, ou seja, o modelo de Kolsky aperfeiçoado por Lindholm, que permite realizar ensaios à compressão através de um canhão pneumático, como se pode observar na Figura 7 e na Figura 8.



Figura 7 - BPH do Laboratório de Estruturas da Divisão de Engenharia Aeronáutica do ITA, em São Paulo, Brazil (Engenharia Aeronáutica, 2016)



Figura 8 - BPH do SIMLab da Universidade Norueguesa de Ciência e Tecnologia, em Trondheim (Norwegian University of Science and Technology, 2016)

Recorrendo à Figura 6, pode-se observar de uma forma esquemática como as três barras se encontram colocadas no dispositivo. A primeira barra com o nome de *striker bar*, que em português é apelidada de barra projétil, a segunda com o nome em inglês de *incident bar* e de barra incidente em português, e por fim, a terceira barra que em inglês é *transmitter bar* que em português é a barra de transmissão.

A barra projétil tem como objetivo criar uma onda de tensão na barra incidente através de uma colisão entre ambas, e essa onda é denominada de onda de tensão incidente, $\sigma_I(t)$. Para ocorrer a colisão é necessário recorrer ao canhão pneumático que liberta ar comprimido para dar aceleração à barra projétil de modo a atingir a velocidade necessária para criar uma onda de tensão incidente com a amplitude pretendida. Esta onda é propagada ao longo da barra incidente até chegar ao provete e assim que atinge a interface entre a barra incidente e o provete, a onda incidente pode ser transmitida na sua totalidade para o provete; caso não o seja, parte dessa onda é transmitida no sentido contrário, criando desta forma uma onda de tensão refletida, $\sigma_R(t)$. A onda que é transmitida ao longo do provete será também transmitida para a barra de transmissão através da interface existente entre o provete e a barra de transmissão e tem o nome de onda de tensão transmitida, $\sigma_T(t)$. Todas estas ondas anteriormente mencionadas causam uma deformação elástica nas barras, no sentido da sua propagação.

É importante ter em conta que todos os testes efetuados em BPH são feitos dentro do domínio elástico das barras para que estas não sofram nenhuma deformação plástica, e não condicionem as amplitudes das ondas. Hoje em dia os dispositivos de BPH têm extensómetros elétricos colocados na barra incidente e na barra de transmissão para se obter registos contínuos das três ondas, para determinar o comportamento dinâmico do provete através da relação existente entre Tensão-Deformação e taxa de deformação recorrendo às equações (Young, 2015):

$$\sigma_p(t) = E_B \frac{A_B}{A_p} \varepsilon_T(t) \quad (5.1.1)$$

$$\dot{\varepsilon}_p(t) = 2 \frac{c_B}{L_p} \varepsilon_R(t) \quad (5.1.2)$$

$$\varepsilon_p(t) = 2 \frac{c_B}{L_p} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt \quad (5.1.3)$$

A BPH, por ser um ensaio de considerável simplicidade e de conseguir atingir taxas de deformação com valores na ordem dos **5000 s⁻¹**, faz deste sistema um método bastante utilizado na determinação de propriedades físicas particulares do material. Uma das grandes preocupações a ter com este dispositivo é o fenómeno da dispersão durante a propagação de uma onda.

5.2. Ensaio de Tração numa Barra de Pressão de Hopkinson

Tal como é possível realizar testes de compressão e de tração nos ensaios clássicos, a BPH também pode ser utilizada para realizar ensaios de tração. Esses ensaios podem ser realizados através da construção de uma BPH apropriada para efetuar apenas ensaios de tração, ou então recorrer a uma BPH construída para realizar ensaios de compressão, e adaptá-la para ensaios de tração. Nestes casos, a onda de tensão que será aplicada ao provete será a reflexão de da onda de tensão induzida pela barra incidente.

Neste subcapítulo serão apresentados vários métodos para realizar ensaios de tração recorrendo à BPH, assim como serão listadas quais as suas vantagens e as suas desvantagens.

Hollow Striker (M1)

Este método de ensaio aplica uma onda de tensão diretamente no provete, ou seja, o impulso gerado na barra incidente não terá de sofrer nenhuma reflexão duma onda de tensão induzida. Tal como é possível observar na Figura 9, este é um ensaio de tração direto.

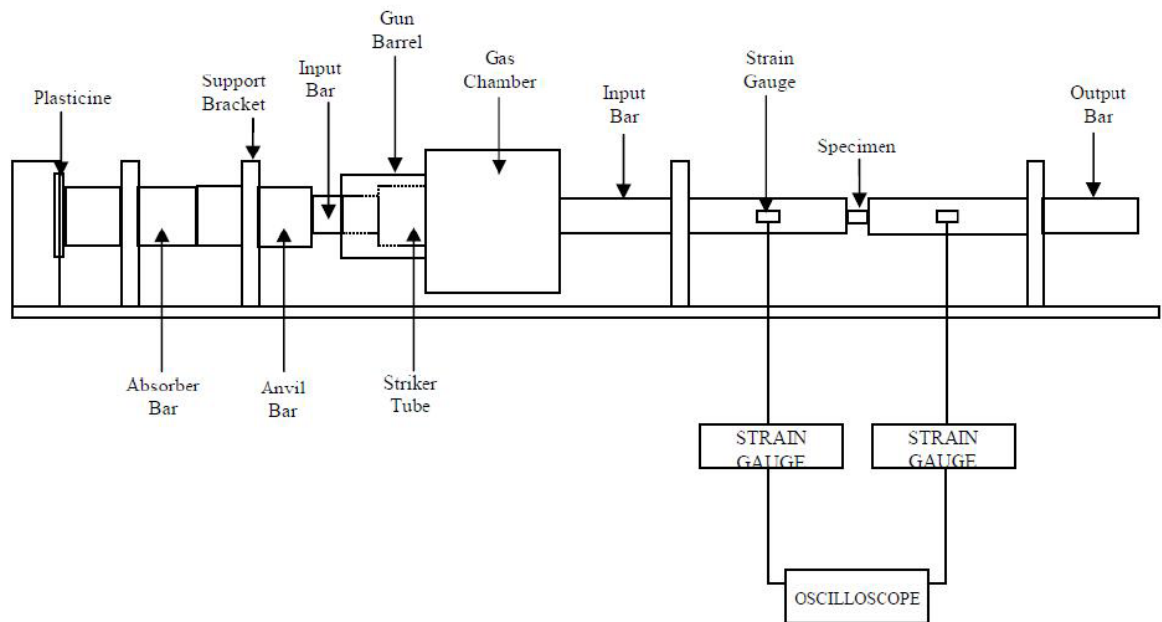


Figura 9 - Método Hollow Striker (Berger-Pelletier, 2013)

Neste método, a barra projétil é um encanamento, daí o nome de *hollow striker*, que é disparada por ação de ar comprimido, tal como no método de compressão, mas que neste caso desliza ao longo da barra incidente até atingir a sua flange, criando desta forma dois tipos de onda de tensão, uma que aplica uma força de compressão e outra que aplica uma força de tração. A onda de tensão que aplica uma força de compressão percorre a flange da barra incidente sendo de seguida transmitida para a barra de absorção que a irá dissipar na plasticina. A onda de tensão que aplica uma força de tração irá percorrer a barra incidente até chegar à interface entre a barra e o provete aplicando uma força de tração no mesmo. Após alcançar o provete, esta onda pode ser transmitida na sua totalidade para a barra de transmissão, ou apenas parcialmente, ou seja, se não for transmitida na sua totalidade, parte dela será refletida novamente na barra incidente.

Anel de Compressão (M2)

Este método é um ensaio de tração indireto, desenvolvido por Nicholas (Nicholas, 1981). É colocado um anel à volta do provete para que a onda tensão incidente não passe diretamente pelo provete, e para isso o anel que está em contacto direto com a barra incidente e com a barra de transmissão, tal como é possível observar na Figura 10.

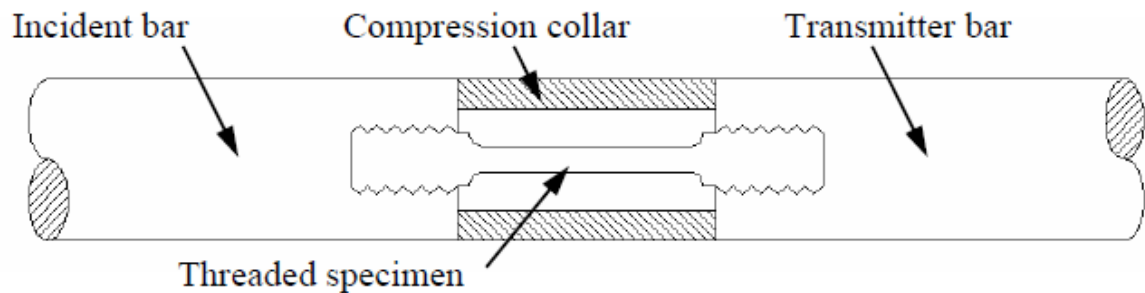


Figura 10 - Anel de Compressão (Berger-Pelletier, 2013)

Este anel tem como objetivo proteger o provete da onda tensão de induzida criando um *bypass* diretamente para a barra de transmissão. Esta onda quando atinge a extremidade solta da barra de transmissão, é refletida e propagasse no sentido ao longo da barra até atingir o provete como uma onda de tensão refletida, aplicando assim uma força de tração no provete.

Como o anel não é uma peça fixa, este apenas tem a capacidade de transmitir a onda de tensão induzida, permite que a onda de tensão refletida seja totalmente suportada apenas pelo provete por não estar fixado em nenhuma das barras. Este é o método de adaptação mais simples, em que a sua principal desvantagem é a impossibilidade de ver o provete durante o ensaio.

Grooved Fixture (M3)

Quando se realizam ensaios numa BPH, é muito importante ter em conta a impedância mecânica entre interfaces. Mas este tema da impedância mecânica será melhor desenvolvido no capítulo que fala sobre a teoria da propagação de ondas. Para já, apenas é preciso saber que a interface entre as áreas transversais das barras e do provete é algo que cria um certo desfasamento das ondas de tensão por existirem duas superfícies distintas em contato, que produzem uma interface formada por duas peças fabricadas com materiais de características físicas diferentes, e áreas transversais diferentes.

Na tentativa de minimizar este problema, Haugou, Markiewicz e Fabis (Haugou, Markiewicz, & Fabis, 2006) criou uma adaptação para a BPH, de modo a realizar ensaios de compressão com áreas transversais que se completam entre as barras de pressão e o provete, tal como se pode observar na Figura 11 e na Figura 12. O princípio de funcionamento deste método é o mesmo que o método do anel de compressão, e como tal, também é um ensaio de tração indireto.

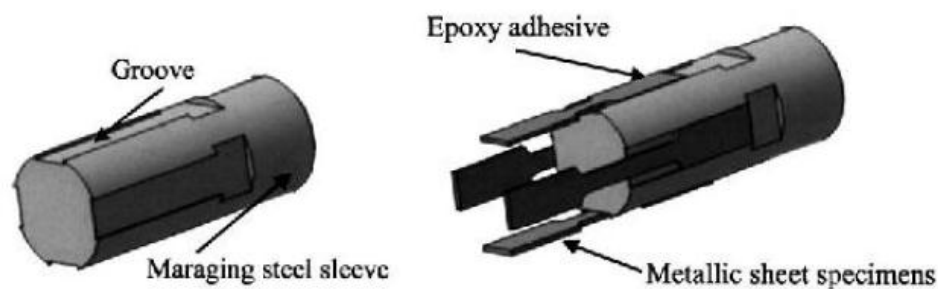


Figura 11 - Conjunto da manga e provete laminado (Berger-Pelletier, 2013)

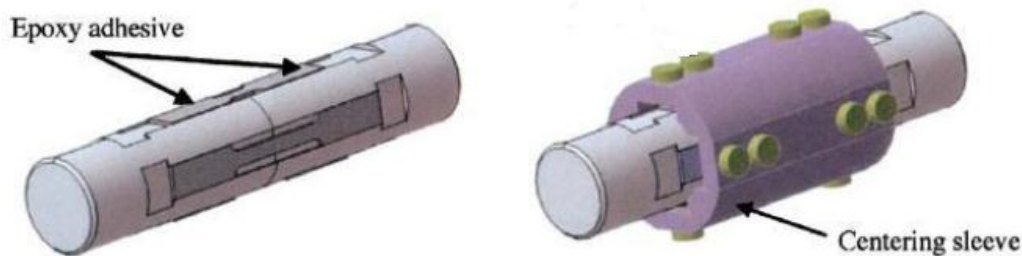


Figura 12 - Dispositivo completo (Berger-Pelletier, 2013)

O motivo de haver quatro provetes está associado à amplitude da onda de tensão transmitida, para que haja a menor dispersão possível. Já a manga tem como função centrar as barras para que a interface entre as duas contenha as suas áreas transversais na sua totalidade, para a onda de tensão de incidente seja transmitida completamente pelas barras.

Os provetes são fixados nas barras recorrendo ao uso de resina de epóxi que é colocada entre os provetes e as barras, e enquanto a resina produz uma reação entre as interfaces dos provetes e das barras, a manga garante que é feita a melhor montagem possível.

Barras Laterais (M4)

Este método utilizado por Eskandari e Nemes (Eskandari & Nemes, 2000), envolve uma estrutura de barras laterais à volta das barras de pressão que tem como função fazer um *bypass* da onda de tensão incidente. Tal como é possível observar na Figura 13, a barra impactante não colide diretamente com a barra incidente.

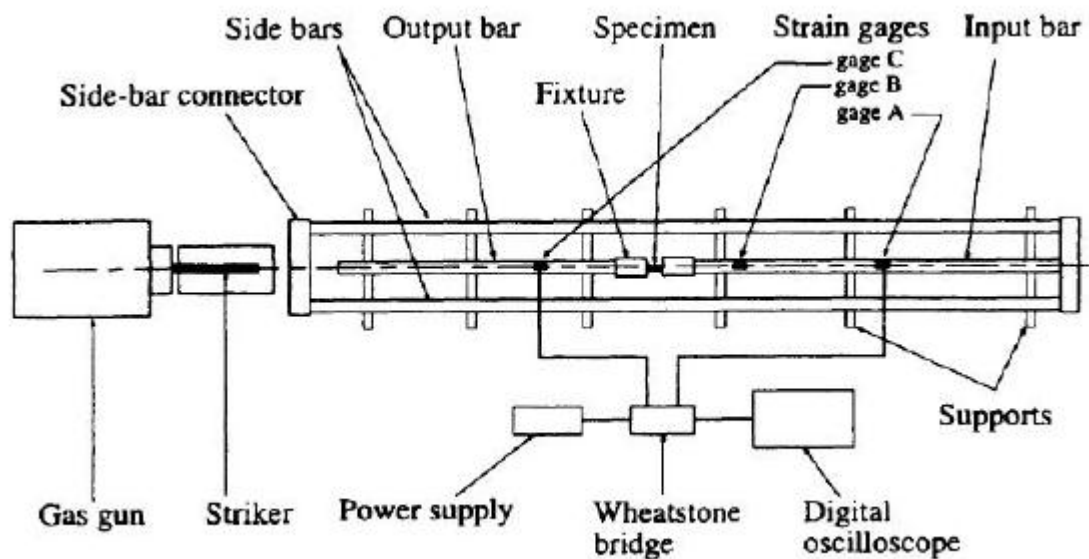


Figura 13 - Esquema de um dispositivo de barras laterais (Berger-Pelletier, 2013)

Neste método a onda de tensão induzida percorre as barras laterais até alcançar a barra de ligação que une as barras laterais à barra incidente, que irá refletir uma onda de tensão ao longo da barra incidente até atingir o provete, provocando uma força de tração no mesmo.

Como a primeira onda a alcançar o provete é uma onda de tensão que provoca uma força de tração no provete, faz deste método um ensaio de tração direto.

Neste método, tanto a barra incidente como a de transmissão têm as extremidades furadas para a colocação do provete e de maneira a fixar o provete, as barras são perfuradas com pequenos orifícios para que se possa injetar resina epóxi, como se pode observar na Figura 14.

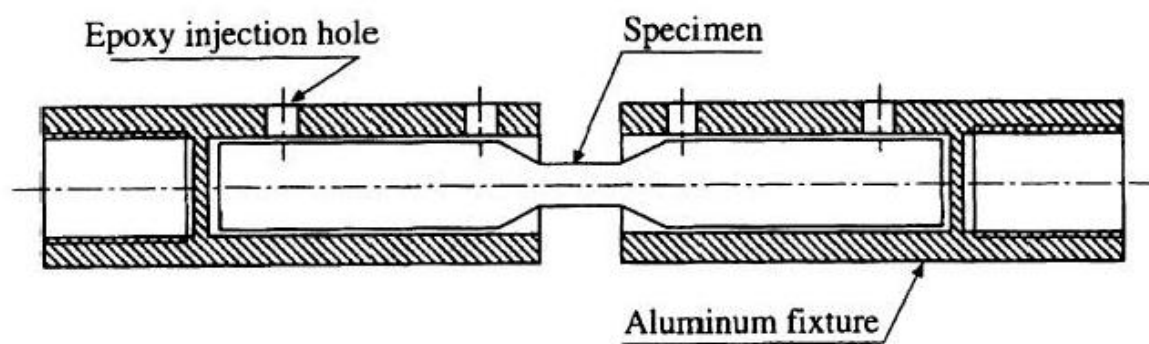


Figura 14 - Fixação do provete no método de barras laterais (Berger-Pelletier, 2013)

Provete Cartola (M5)

Lindholm e Yeakley (Lindholm & Yeakley, 1967) propuseram um método que recorre ao uso de um provete com a forma de uma cartola, tal como se pode observar na Figura 15. Este dispositivo é idêntico ao de compressão, onde a principal diferença reside no formato do provete.

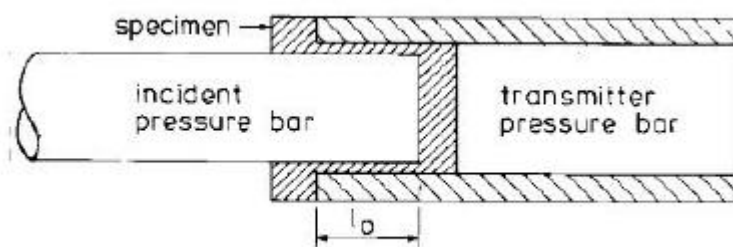


Figura 15 - Provete em formato de cartola (Berger-Pelletier, 2013)

Neste método, quando a barra incidente atinge o provete, irá criar uma deformação por tração na parte circundante do provete. Esta técnica não é precisa na determinação do módulo de Young do material. Na realização de ensaios de tração através deste método, Lindholm descobriu discrepâncias entre o provete redondo e o que tem a forma de cartola, onde o provete cartola não conseguia suportar forças tão elevadas como o provete redondo.

Vantagens e Desvantagens

Presente na Tabela 2, pode-se observar um conjunto de informações que apresentam as vantagens e as desvantagens dos métodos descritos anteriormente, e no final estará presente a minha conclusão no que diz respeito a este estudo em particular, baseada na informação disposta.

Método	Vantagens	Desvantagens
M1	<ul style="list-style-type: none"> • Tensão direta no provete • Atinge elevadas taxas de deformação 	<ul style="list-style-type: none"> • São necessárias muitas modificações para fazer a adaptação a partir de um dispositivo de compressão
M2	<ul style="list-style-type: none"> • São necessárias muito poucas modificações para fazer a adaptação a partir de um dispositivo de compressão • Atinge elevadas taxas de deformação 	<ul style="list-style-type: none"> • Muito difícil observar o provete durante o ensaio
M3	<ul style="list-style-type: none"> • São necessárias poucas modificações para fazer a adaptação a partir de um dispositivo de compressão • Boa relação de Impedância Mecânica 	<ul style="list-style-type: none"> • Difícil maquinação de mangas para BPH pequenas • A maior parte dos ensaios só podem ser realizados com provetes laminados
M4		<ul style="list-style-type: none"> • São necessárias muitas modificações para fazer a adaptação a partir de um dispositivo de compressão • Não se consegue atingir elevadas taxas de formação • A onda de compressão passa por demasiados componentes até atingir o provete
M5	<ul style="list-style-type: none"> • São necessárias poucas modificações para fazer a adaptação a partir de um dispositivo de compressão 	<ul style="list-style-type: none"> • A forma geométrica do provete afeta os resultados

Tabela 2 - Vantagens e Desvantagens dos diferentes Métodos

A partir dos dados da Tabela 2, pode-se concluir que a adaptação mais fácil e mais eficiente é o método do anel de compressão (M2) em relação aos outros quatro métodos apresentados neste capítulo.

6. Teoria da Barra de Pressão de Hopkinson

Na grande maioria, o material utilizado nas barras de pressão – incidente e de transmissão – de uma BPH é o aço devido à sua elevada resistência mecânica e à sua rigidez. Durante os ensaios realizados numa BPH atingem-se valores de pressão altos e as barras sofrem deformações elásticas. O ensaio de uma BPH consiste em criar ondas longitudinais que percorrem as barras após um impacto, com o objetivo de atingirem o provete para induzir elevadas taxas de deformação no mesmo. As taxas de deformação são lidas através de extensómetros, que são colocados na superfície das barras incidente e de transmissão.

As equações utilizadas num ensaio de compressão são as mesmas que são utilizadas num ensaio de tração, sendo que a diferença consiste nas direções opostas que as ondas percorrem nos diferentes ensaios.

Em barras cilíndricas de comprimento infinito é possível existir a propagação de três tipos de onda diferentes: as longitudinais, as transversais e as torsionais. Em estudos independentes, Pochhammer (Pochhammer, 1876) e Chree (Chree, 1889) conseguiram descobrir as equações e a solução para a propagação de ondas longitudinais numa barra cilíndrica de comprimento infinito. Segundo Kolsky (Kolsky, 1949), a teoria aplicável a uma barra cilíndrica infinita é baseada na condição de fronteira onde se considera que na superfície cilíndrica livre, tanto a tensão normal como a tensão de corte desaparecem.

Conforme os estudos realizados por Davies (Davies R. , 1956), quando o rácio entre o comprimento, L , e o diâmetro, D , de uma barra, $\frac{L}{D}$, é maior que **10**, a onda de tensão é considerada unidimensional, e por isso a tensão e o deslocamento são uniformes ao longo da área transversal da barra, assim como a pressão radial é nula. Foi graças a estas conclusões que foi possível concluir que se poderiam fazer leituras de deformação na superfície das barras recorrendo a extensómetros.

6.1. Propagação de Ondas de Deformação Elástica em Barras Cilíndricas

Neste subcapítulo será explicado matematicamente e fisicamente como é que funciona o fenómeno de propagação de ondas de tensão numa barra cilíndrica, como acontece nas barras de pressão que constituem uma BPH, para que seja possível deduzir a equação de propagação de onda numa barra.

Se se considerar a equação local do movimento,

$$\nabla \sigma_{ij} + \rho b_i = \rho a_i \quad (6.2.1)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensão, b_i é o corresponde às forças resultantes do próprio peso, a_i é a aceleração e ρ é a densidade. No caso de uma BPH podem-se negligenciar as forças decorrentes do peso próprio e considerar apenas o gradiente de tensão, o que irá dar

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho a_i \quad (6.2.2)$$

Sabendo que

$$a_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (6.2.3)$$

e que u_i é o tensor de deslocamento, então

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (6.2.4)$$

Considerando que a deformação é uniaxial

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (6.2.5)$$

No entanto esta equação ainda pode ser escrita de uma maneira diferente e mais útil para o ensaio, e para isso recorre-se à Lei de Hooke

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11} = E \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (6.2.6)$$

e à equação da velocidade de propagação de onda uniaxial num meio contínuo

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6.2.7)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal de um material, também conhecido por módulo de Young, e c_0 é a velocidade de propagação de uma onda uniaxial num meio contínuo. Com estes dados, pode-se reescrever a equação das ondas (6.2.5) da seguinte forma:

$$c_0^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (6.2.8)$$

Para além do referido, existem mais alguns conhecimentos que são necessários saber para entender a matemática que é utilizada para estudar o comportamento dos materiais nos ensaios realizados numa BPH, conhecimentos que dizem respeito à propagação longitudinal de ondas de tensão numa barra cilíndrica e à reflexão das mesmas numa extremidade livre.

Todas as barras que têm descontinuidades criam efeitos significativos na propagação de uma onda de tensão. As descontinuidades mais comuns são a variação da área transversal, a existência de uma extremidade livre ou a mudança de material que irá afetar a impedância mecânica. Na maioria dos sistemas de BPH, a variação da área transversal ocorre apenas nas interfaces entre o provete e as barras de pressão. O nome que se dá a uma onda de tensão que ocorre entre a interface de dois sólidos com propriedades mecânicas diferentes é Onda Interfacial ou Onda de Stoneley (Ferreira, 2003).

Como nenhuma barra pode ter comprimento infinito, é correto afirmar que todas as barras têm uma extremidade onde terminam, que pode estar fixa, que pode ser livre, ou até estar em contacto com outra extremidade de uma barra diferente.

Sempre que uma onda de pressão atinge uma extremidade, é refletida parcialmente ou totalmente no mesmo meio no sentido inverso, e com características relacionadas com as que tinha quando atingiu a extremidade. Existem dois pontos muito importantes a serem estudados quando uma onda de pressão atinge uma extremidade (Ferreira, 2003):

1. Na extremidade livre de uma barra cilíndrica onde ocorre a reflexão de uma onda, o valor do deslocamento duplica, e por isso os extensómetros têm de ser colocados a uma distância adequada da extremidade livre.
2. A onda refletida na extremidade livre tem um sinal oposto ao da onda incidente, logo, se a onda incidente for uma onda de tensão do tipo de compressão, a onda refletida será uma onda de tensão do tipo de tração, e o mesmo acontece reciprocamente.

Quando a barra projétil atinge a barra incidente é criada uma onda de tensão na interface de ambas as barras que as irá percorrer longitudinalmente. Considerando apenas a barra incidente, e considerando a extremidade que entra em contacto com a barra projétil, onde $x = 0$, a equação que irá descrever a deslocação da onda de pressão será a solução D'Alembert para a equação de ondas (Berger-Pelletier, 2013).

$$u(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c_B}\right) + g\left(t + \frac{x}{c_B}\right) \quad (6.2.9)$$

onde f e g são duas funções arbitrárias; uma vez que a análise se baseia apenas na barra incidente, considera-se que a tensão se desloca apenas na direção positiva de x e a função g pode ser descartada.

Sabendo que as condições fronteiras são

$$u = \dot{u} = 0, t = 0 \wedge x > 0 \quad (6.2.10)$$

Achenbach (Achenbach, 1993) demonstrou através dos seus estudos que

$$\begin{cases} u(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c_B}\right) - A, & t > \frac{x}{c_B} \\ u(x, t) = 0 & , t < \frac{x}{c_B} \end{cases} \quad (6.2.11)$$

Deste modo, as partículas que se encontram na posição $x = x_1$ mantêm-se em repouso até ao momento em que a onda de pressão as atinge, ou seja, $t = t_1 = \frac{x_1}{c_B}$.

Graças a estas informações pode-se concluir que a equação do movimento da tensão num meio é uma função de duas variáveis, que são o deslocamento, x , e o tempo, t , ou seja

$$\sigma_x(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c_B}\right) \quad (6.2.12)$$

6.2. Reflexão e Transmissão de Ondas

Quando uma onda atinge uma extremidade, existem três fenómenos que podem acontecer (Ferreira, 2003):

1. A onda é refletida na sua totalidade, no caso de uma extremidade livre;
2. A onda pode ser completamente transmitida, caso uma das extremidades esteja numa interface;
3. A onda pode ser parcialmente transmitida e parcialmente refletida, caso uma das extremidades esteja numa interface.

Os fenómenos descritos nos pontos 2 e 3 estão dependentes das propriedades mecânicas dos materiais que estejam em contacto. Sendo assim, sabendo o tipo de equação que descreve o movimento de uma onda de pressão num meio, é correto dizer que uma onda de pressão incidente será

$$(\sigma_x)_i = f\left(t - \frac{x}{c_B}\right) \quad (6.3.1)$$

e como a onda refletida percorre a barra no sentido inverso, terá a forma

$$(\sigma_x)_r = g\left(t + \frac{x}{c_B}\right) \quad (6.3.2)$$

pode-se então concluir que a tensão total será

$$\sigma_x = (\sigma_x)_r + (\sigma_x)_i \quad (6.3.3)$$

Numa extremidade livre as condições fronteiras são mais simples porque a onda é totalmente refletida no sentido inverso, tal como foi demonstrado por Graff (Graff, 1991). Isto quer dizer que, tal como dito anteriormente, uma onda de tensão do tipo de compressão será refletida como onda do tipo de tração e o mesmo sucede no oposto.

Considerando que a tensão na barra anula-se quando atinge uma extremidade livre, pode-se dizer que

$$\sigma_x = (\sigma_x)_R + (\sigma_x)_I = 0 \quad (6.3.4)$$

ou seja,

$$-f\left(t - \frac{x}{c_B}\right) = g\left(t + \frac{x}{c_B}\right) \quad (6.3.5)$$

Fica assim demonstrado matematicamente que a onda refletida propaga-se no sentido oposto à da onda incidente.

Para o caso da transmissão de uma onda de tensão da barra incidente para o provete, tal como está esquematizado na Figura 16, o rácio de impedância mecânica entre os dois materiais é o que vai determinar a quantidade de onda de tensão incidente, σ_I , ou refletida no caso de um ensaio de tração, σ_R , vai ser transmitida para o provete, σ_T . Ou seja, quanto menor for a diferença entre as impedâncias dos materiais melhor será a transmissão de onda. Através da Figura 16 é possível entender esquematicamente como é feita a propagação de onda entre uma barra incidente e um provete.

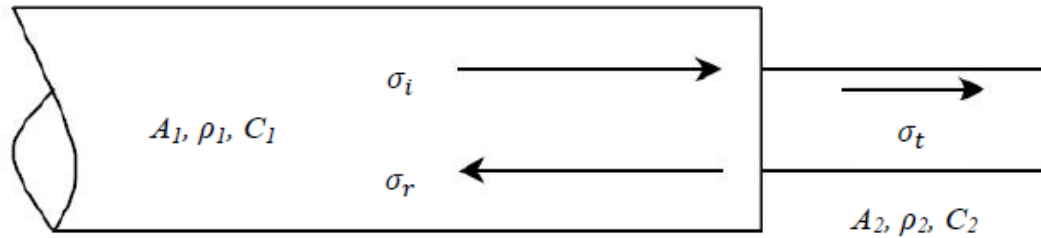


Figura 16 - Propagação de ondas entre a barra incidente (1) e o provete (2) (Ferreira, 2003)

Nas interfaces entre as barras e os provetes, a velocidade do movimento dos materiais antes e depois das interfaces têm de ser iguais uma vez que estes se encontram constantemente

em contacto ao longo do ensaio, assim como as forças antes e depois de cada interface devem-se equilibrar para satisfazer o equilíbrio da seguinte maneira

$$A_1(\sigma_R + \sigma_I) = A_2\sigma_T \quad (6.3.6)$$

$$v_I + v_R = v_T \quad (6.3.7)$$

Através destas condições de equilíbrio, consegue-se obter as equações para as ondas de tensão do tipo de transmissão

$$\sigma_T = \left(\frac{2A_1\rho_2c_2}{A_1\rho_1c_1 + A_2\rho_2c_2} \right) \sigma_I \quad (6.3.8)$$

e de reflexão

$$\sigma_R = \left(\frac{A_2\rho_2c_2 - A_1\rho_1c_1}{A_1\rho_1c_1 + A_2\rho_2c_2} \right) \sigma_I \quad (6.3.9)$$

6.3. Impedância Mecânica

Todos os materiais têm propriedades físicas e características próprias, ou seja, se colocarmos várias barras com a mesma forma geométrica, e todas de materiais diferentes, se for aplicado a todas elas um impulso com a mesma intensidade, o modo de propagação de uma onda de tensão será diferente em todas elas. O que pode acontecer é terem comportamentos muito semelhantes.

Num ensaio numa BPH, quando a barra incidente sofre um impulso criado pelo impacto com a barra projétil, uma quantidade de energia irá percorrer a barra incidente, que terá como variáveis a massa, o deslocamento e a força de interação entre as partículas. A massa e a força de interação por sua vez também estão relacionadas com outras variáveis, ou seja, a massa e o deslocamento estão diretamente relacionadas com a área transversal da barra e a densidade do material que compõe a barra, e a força está relacionada com o módulo de elasticidade do material. Com isto, sabe-se que a impedância é uma função que está dependente de três variáveis, que são

a área transversal, A , a densidade, ρ , e o módulo de elasticidade do material que constitui a barra, E , ou seja

$$I = f(A, \rho, E) \quad (6.4.1)$$

Para explicar o conceito de impedância mecânica, I , muitas das vezes recorre-se ao uso da teoria de circuitos elétricos para comparar a impedância mecânica com a resistência elétrica. Sabendo que a resistência de um circuito elétrico num ramo é definida pela razão entre a diferença de potencial (ddp) e a intensidade de corrente elétrica, na impedância mecânica de uma barra a ddp é substituída pela força atuante e o fluxo de corrente pela velocidade das partículas, ou seja

$$I = \frac{F}{v} \quad (6.4.2)$$

Se desenvolvermos matemática e fisicamente F e v teremos

$$F = \sigma A \quad (6.4.3)$$

$$v = c_0 \varepsilon \quad (6.4.4)$$

Com isto podemos escrever a equação da impedância mecânica de outras formas:

$$I = A\sqrt{\rho E} \quad (6.4.5)$$

$$I = A\rho c_0 \quad (6.4.6)$$

$$I = \frac{AE}{c_0} \quad (6.4.7)$$

À medida que uma onda de tensão se propaga numa barra, se houver alguma alteração da impedância mecânica irá ocorrer uma reflexão parcial dessa onda, tal como se encontra na Figura 16, e como já foi dito, as principais características da impedância mecânica de uma barra são a densidade, o módulo de elasticidade e a sua área transversal.

No caso da interface entre o provete e a barra incidente, a onda de tensão incidente assim que atinge a interface divide-se em duas ondas, a onda de reflexão que se propaga pela barra incidente, e a onda de transmissão que se propaga pelo provete.

Através das condições de equilíbrio e compatibilidade na interface tem-se

$$\begin{cases} F_1 = F_2 \Rightarrow F_I + F_R = F_T \\ u_1 = u_2 \Rightarrow u_I + u_R = u_T \end{cases} \quad (6.4.8)$$

e desenvolvendo este sistema temos

$$-\left(\frac{c_1}{A_1 E_1}\right) F_I + \left(\frac{c_1}{A_1 E_1}\right) F_R = -\left(\frac{c_2}{A_2 E_2}\right) F_T \Leftrightarrow \quad (6.4.9)$$

$$\Leftrightarrow F_T = \frac{c_1 A_2 E_2}{c_2 A_1 E_1} (F_I - F_R) \quad (6.4.10)$$

recorrendo à equação (6.4.7)

$$F_T = \frac{I_2}{I_1} (F_I - F_R) \quad (6.4.11)$$

e utilizando a razão de impedância

$$\alpha = \frac{I_2}{I_1} \quad (6.4.12)$$

conseguimos obter

$$F_T = \alpha (F_I - F_R) \quad (6.4.13)$$

No final destes cálculos consegue-se obter duas equações importantes sobre as condições de equilíbrio numa interface

$$\begin{cases} F_T = \alpha (F_I - F_R) \\ F_T = F_I + F_R \end{cases} \quad (6.4.14)$$

Com estas condições pode-se escrever as ondas de tensão refletida e transmitida em função da onda de tensão incidente, ou seja, consegue-se relacionar as forças que estão contidas nas ondas de tensão em qualquer que seja a secção transversal da barra. O desenvolvimento matemático do sistema anterior permite obter as seguintes equações

$$\begin{cases} F_R = F_I \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \\ F_T = F_I \left(\frac{2\alpha}{\alpha + 1} \right) \end{cases} \quad (6.4.15)$$

Nestas últimas equações estão contidos aquilo a que se chama de coeficiente de transmissão de força, C_{TF} , e o coeficiente de reflexão de força, C_{RF} (Ferreira, 2003)

$$\begin{cases} C_{TF} = \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \\ C_{RF} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (6.4.16)$$

Na equação (6.4.13) utilizou-se o coeficiente de transmissão, α , que também é conhecido por razão de impedância, para simplificar a equação (6.4.11), e antes de passar à explicação do seu significado físico, é importante saber que o coeficiente de transmissão anda sempre associado com o coeficiente de reflexão, β , e que a soma dos dois tem de dar sempre o valor **1**, isto é

$$\alpha + \beta = 1 \quad (6.4.17)$$

Relativamente à BPH, e à interface entre a barra incidente e o provete, se o coeficiente de transmissão entre os dois é **1**, ou seja quando $\alpha = 1$, não existe qualquer descontinuidade entre a barra incidente e o provete, quer isto dizer que a onda de tensão incidente é transmitida na sua totalidade para o provete sem haver a existência de onda de tensão refletida, tal como demonstra a Figura 18, onde a onda de tensão incidente é representada pela cor amarela e a onda de tensão de transmitida é representada pela cor vermelha.

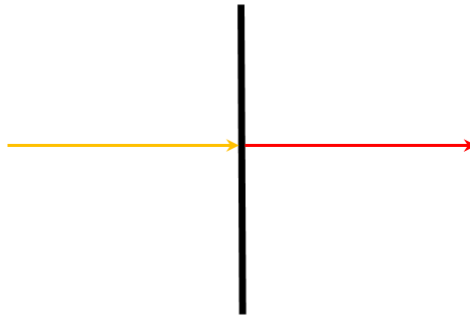


Figura 17 - Quando o coeficiente de transmissão é 1

Quando o coeficiente de transmissão é menor que **1**, ou seja $\alpha < 1$, significa que a impedância mecânica do provete é inferior à da barra incidente e o efeito que isso tem nas ondas de tensão propagadas é que quando a onda de tensão incidente atingir a interface, uma parte menor dela será refletida no sentido oposto, que será a onda de tensão refletida, e a maior parte

será transmitida para o provete, que será a onda de tensão transmitida, tal como é possível observar na Figura 19, onde a onda de tensão refletida é representada pela cor azul.

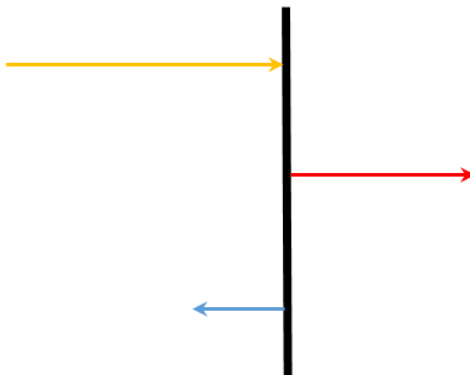


Figura 18 - Quando o coeficiente de transmissão é menor que 1

Quando o coeficiente de transmissão é maior que **1**, ou seja $\alpha > 1$, significa que a impedância mecânica do provete será maior que a da barra incidente, o que implica que quando a onda de tensão incidente atingir a interface, tanto a onda de tensão refletida como a onda de tensão transmitida propagar-se-ão no provete, tal como se pode observar na Figura 20.

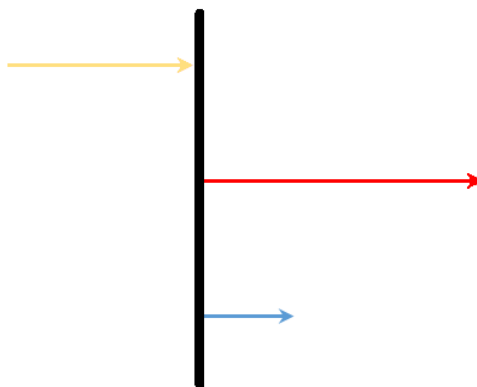


Figura 19 - Quando o coeficiente de transmissão é maior que 1

Neste caso a onda de transmissão será a soma da onda incidente com a onda refletida, algo que não acontece em ensaios realizados numa BPH por serem apenas testados materiais com módulos de elasticidade menores que os das barras.

Estes valores do coeficiente de transmissão refletem-se nos coeficientes de transmissão e reflexão de forças, tal como se pode observar no Gráfico 1, que por sua vez explica os

fenómenos que acontecem nas Figuras 18, 19 e 20, sabendo que a subtração do coeficiente de reflexão pelo coeficiente de transmissão de forças tem de dar o valor **1**, ou seja

$$C_{RF} - C_{TF} = 1 \quad (6.4.18)$$

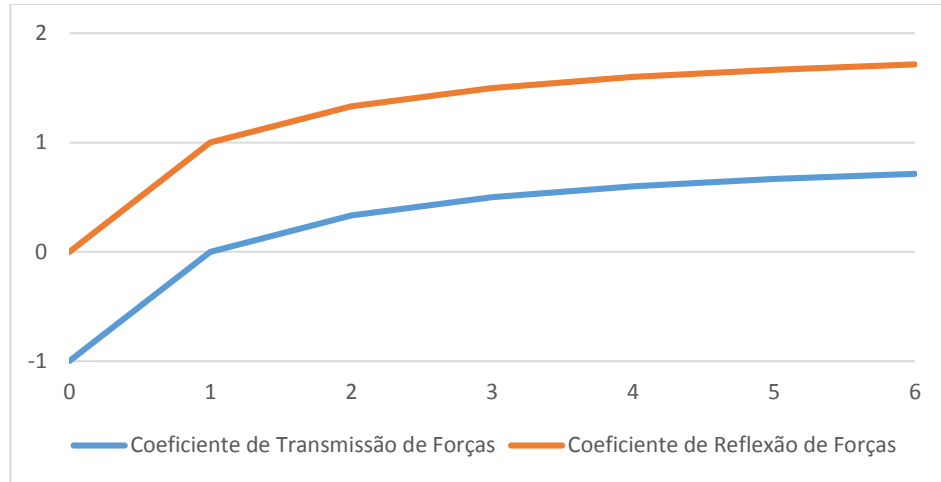


Gráfico 1 - Consequência da razão de impedância nos coeficientes de transmissão e de reflexão de forças

6.4. Deformação e Deslocamento das Barras

Sabendo que todas as barras pertencentes ao sistema de uma BPH são feitas do mesmo material e que são construídas com o mesmo diâmetro de áreas transversais para que tenham todas a mesma impedância mecânica, e que os valores adquiridos pelos extensômetros são valores de deformação. É por esta razão que há interesse em calcular os valores dos coeficientes de transmissão e de reflexão das ondas de tensão.

Matematicamente sabe-se que a deformação, ϵ , pode ser calculada por

$$\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6.5.1)$$

e que a velocidade do movimento das partículas de uma barra pode ser apresentada matematicamente por

$$(v = c_0 \cdot \varepsilon) \Rightarrow \quad (6.5.2)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = c_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (6.5.3)$$

Estes dados podem ser aplicados nas ondas de tensão incidente, refletida e de transmissão da como

$$\begin{cases} \frac{\partial u_I}{\partial t} = -c_1 \left(\frac{\partial u_I}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial u_R}{\partial t} = c_1 \left(\frac{\partial u_R}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial u_T}{\partial t} = -c_2 \left(\frac{\partial u_T}{\partial x} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_I = -\left(\frac{1}{c_1} \right) \left(\frac{\partial u_I}{\partial t} \right) \\ \varepsilon_R = \left(\frac{1}{c_1} \right) \left(\frac{\partial u_R}{\partial t} \right) \\ \varepsilon_T = -\left(\frac{1}{c_2} \right) \left(\frac{\partial u_T}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (6.5.4)$$

A substituição destas equações na equação matemática de uma força dá-nos uma outra equação

$$F = A\sigma \Rightarrow F = AE\varepsilon \Rightarrow F = AE \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow F = \left(\frac{AE}{c_0} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (6.5.5)$$

Integrando a última parte da equação (6.5.5) em ordem ao tempo tem-se

$$F = \frac{AEu}{c_0} \quad (6.5.6)$$

Desta forma pode-se reescrever a equação (6.4.15) para calcular os deslocamentos e a deformação das barras

$$\begin{cases} \left(\frac{A_1 E_1}{c_1} \right) u_R = -\left(\frac{A_1 E_1}{c_1} \right) u_I \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \\ -\left(\frac{A_2 E_2}{c_2} \right) u_T = -\left(\frac{A_1 E_1}{c_1} \right) u_I \left(\frac{2\alpha}{\alpha + 1} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_R = -u_I \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \\ u_T = u_I \left(\frac{2\alpha}{\alpha + 1} \right) \end{cases} \quad (6.5.7)$$

e aplicar estes dados na deformação

$$\begin{cases} A_1 E_1 \varepsilon_R = A_1 E_1 \varepsilon_I \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \\ A_2 E_2 \varepsilon_T = A_1 E_1 \varepsilon_I \left(\frac{2\alpha}{\alpha + 1} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_R = \varepsilon_I \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \\ \varepsilon_T = \varepsilon_I \left(\frac{2}{\alpha + 1} \right) \end{cases} \quad (6.5.8)$$

No final destas duas últimas equações, pode-se observar mais coeficientes, o coeficiente de transmissão de deformação, $C_{T\varepsilon}$, e o coeficiente de reflexão de deformação, $C_{R\varepsilon}$, que significa a amplitude relativa das ondas de deformação transmitida e refletida, que são expressas deste modo

$$\begin{cases} C_{T\varepsilon} = \frac{2}{\alpha + 1} \\ C_{R\varepsilon} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \end{cases} \quad (6.5.9)$$

Os valores dos coeficientes de deformação transmitida e refletida variam tal como está representado no Gráfico 2

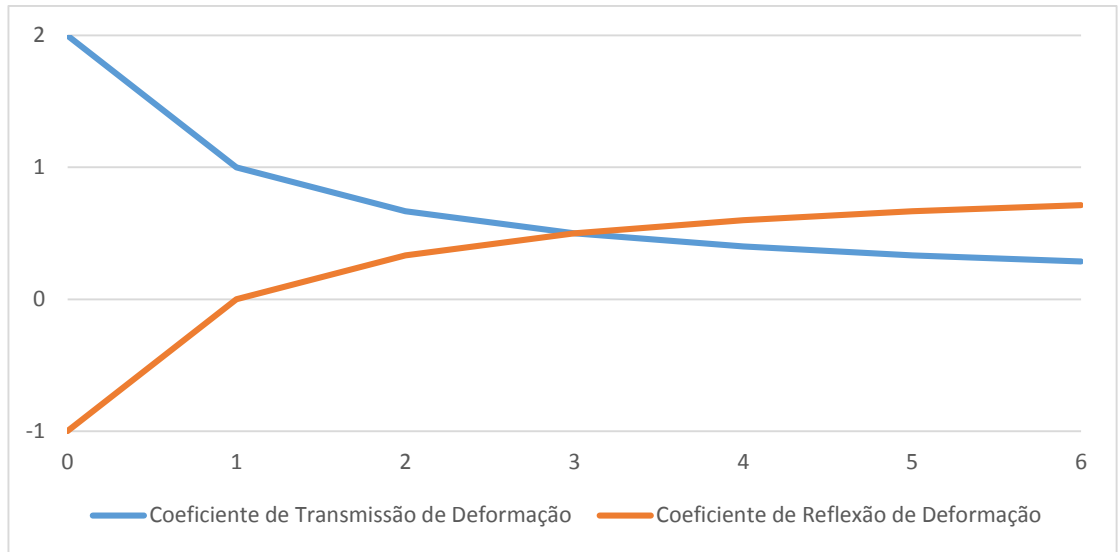


Gráfico 2 - Consequência da razão de impedância nos coeficientes de transmissão e de reflexão de deformação numa interface

Através do Gráfico 2 pode-se verificar que os valores do coeficiente de transmissão de deformação variam dentro do intervalo $]0; 2]$, e os valores do coeficiente de reflexão de deformação variam dentro do intervalo $[-1; 1[$. Pode-se também concluir através do Gráfico 2 que a soma coeficiente de transmissão de deformação com o coeficiente de reflexão de deformação tem de ter sempre o valor **1**, ou seja

$$C_{T\varepsilon} + C_{R\varepsilon} = 1 \quad (6.5.10)$$

6.5. Dispersão de Onda

Quando um corpo sólido recebe um impacto de uma qualquer intensidade, é-lhe fornecido um impulso que o fará vibrar nos seus modos de vibração naturais.

Corpos como a barra incidente se tiverem uma das dimensões muito maior que as outras duas, tal como foi visto anteriormente pelo estudo de Davies (Davies R. , 1956), são considerados corpos unidireccionais. No caso das barras de pressão, a dimensão com maior valor é o comprimento, **L**, que tem de ser muito maior que o diâmetro das suas bases, **D**. O rácio entre estas duas dimensões tem de ter sempre um valor superior a **10**, para garantir modos sinusoidais segundo a direção longitudinal.

$$\frac{L}{D} > 10 \quad (6.6.1)$$

No caso particular de uma BPH, a barra incidente é considerada um meio unidirecional porque quando sofre um impacto, apenas as oscilações longitudinais são consideradas devido à sua forma geométrica, não considerando as oscilações transversais por serem muito pouco significativas. No entanto, na realidade as barras que são utilizadas nos dispositivos da BPH são meios tridimensionais, com modos de vibração complexos que são dependentes das dimensões das barras e do comprimento de onda da frequência de excitação. A correção da dispersão de onda tem apenas em consideração a forma geométrica da barra, tal como demonstram os estudos de Pochhammer (Pochhammer, 1876), Chree (Chree, 1889), Davies (Davies R. M., 1948), Bancroft (Bancroft, 1941), Follansbee (Follansbee, 1985) e Gary (Gary, 1997).

Quando a barra incidente sofre um impacto da barra projétil, geram-se impulsos em ambas as barras, que se irão mover ao longo das mesmas, tendo como ponto de partida a interface entre as duas barras. No entanto, a única barra que será de interesse estudar é a barra incidente. O impulso, que inicialmente percorre a barra incidente com a forma aproximada à de uma onda quadrada, vai sofrendo alterações até adquirir a forma de uma onda sinusoidal, isto é, a energia de deformação elástica que se encontra contida no impulso vai-se espalhando pela

barra (Ferreira, 2003). Este fenómeno acontece quando a onda percorreu uma distância algumas vezes maior ao seu comprimento de onda. Quando o impulso atinge a extremidade de uma barra dá origem a uma vibração harmónica na frequência fundamental da barra (Ferreira, 2003).

O que acontece é que medida que a onda de tensão incidente vai percorrendo a barra, a sua amplitude e o seu período vão diminuindo juntamente, mantendo-se aproximadamente constantes, tal como é possível observar na Figura 20, onde estão registados os sinais obtidos de um impulso em três instantes distintos.

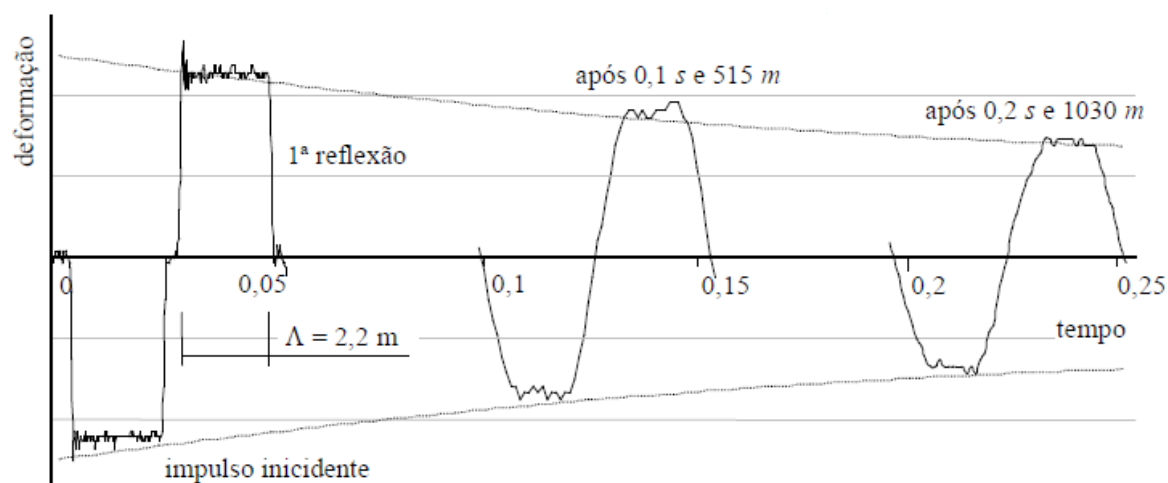


Figura 20 - Evolução da forma da onda de impulso ao longo da distância percorrida (Ferreira, 2003)

Este ensaio sucedeu-se numa BPH onde as barras detinham todas um diâmetro de **12 mm**, com **2,5 m** de comprimento para a barra incidente e **1 m** de comprimento para a barra projétil.

Pochhammer (Pochhammer, 1876) e Chree (Chree, 1889) foram os primeiros a conseguir formular com rigor a propagação de ondas em sólidos com a forma cilíndricas, como é o caso das barras de pressão utilizadas numa BPH, onde é possível contabilizar o efeito de dispersão devido à relação entre o raio e o comprimento da barra, e também devido ao efeito de Poisson.

Durante a formulação, Pochhammer e Chree utilizaram nos seus estudos coordenadas cilíndricas com o propósito de simplificar a equação geral, assim como também aplicaram na formulação as tensões que são sentidas na face exterior, tal como é possível atentar na Figura 22.

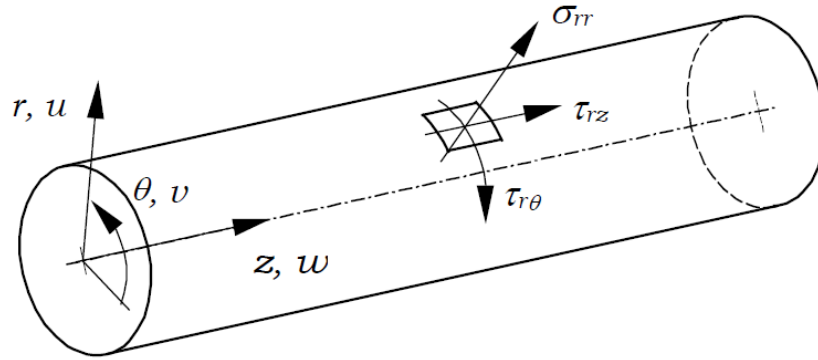


Figura 21 - Representação das coordenadas cilíndricas aplicadas numa barra e das componentes de tensão numa superfície elementar (Ferreira, 2003)

Os parâmetros de Lamé são duas constantes elásticas que definem um meio isotrópico, como é o caso de uma barra de pressão, onde o primeiro parâmetro, λ , está relacionado com o módulo de compressão, K , e com o módulo de corte, μ , que é também o segundo parâmetro de Lamé.

Pochhammer (Pochhammer, 1876) e Chree (Chree, 1889) desenvolveram os parâmetros de Lamé em duas equações mais simples, onde apenas é preciso recorrer ao modelo de elasticidade do material e ao coeficiente de Poisson, ν

$$\begin{cases} \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \\ \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \end{cases} \quad (6.6.2)$$

Outra variável a ter em conta para entender o significado físico das equações deduzidas por Pochhammer e Chree é o dilatacional, Δ , que representa a variação de volume de uma unidade de volume

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (6.6.3)$$

e ao empregarem-se coordenadas polares no dilatacional tem-se

$$\Delta = \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}\right) + \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right) + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \quad (6.6.4)$$

pelo que o campo de deslocamentos de um corpo em vibração é o seguinte

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial \Delta}{\partial r}\right) - \left(\frac{2\mu}{r}\right) \left(\frac{\partial \varpi_z}{\partial \theta}\right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varpi_\theta}{\partial z}\right) \\ \rho \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial \Delta}{\partial \theta}\right) - 2\mu \left(\frac{\partial \varpi_r}{\partial z}\right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varpi_z}{\partial r}\right) \\ \rho \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial \Delta}{\partial z}\right) - \left(\frac{2\mu}{r}\right) \left(\frac{\partial(r\varpi_\theta)}{\partial r}\right) + \left(\frac{2\mu}{r}\right) \left(\frac{\partial \varpi_r}{\partial \theta}\right) \end{cases} \quad (6.6.5)$$

onde ϖ_r , ϖ_θ e ϖ_z são as componentes da deslocação que são representadas pelas equações

$$\begin{cases} 2\varpi_r = \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial u_z}{\partial \theta}\right) - \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right) \\ 2\varpi_\theta = \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \\ 2\varpi_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right) \end{cases} \quad (6.6.6)$$

Com estes dados, as tensões normal, σ_{rr} , tangencial ao longo do comprimento da barra, τ_{rz} , e tangencial à barra, $\tau_{r\theta}$, podem ser expressas através das equações

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \lambda \Delta + 2\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial r}\right) \\ \tau_{r\theta} = \mu \left[\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta}\right) + r \left(\frac{\partial(u_\theta/r)}{\partial r}\right) \right] \\ \tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right) \end{cases} \quad (6.6.7)$$

Pochhammer e Chree nos seus estudos também conseguiram calcular as equações que definiam o deslocamento das ondas de tensão ao longo das barras

$$\begin{cases} u_r = U e^{i(\gamma z + p t)} \\ u_\theta = V e^{i(\gamma z + p t)} \\ u_z = W e^{i(\gamma z + p t)} \end{cases} \quad (6.6.8)$$

As constantes U , V e W são as velocidades das ondas nas respetivas direções. No entanto, atentando que a propagação da onda de tensão na direção de θ é praticamente nula

$$u_{\theta} = V = 0 \quad (6.6.9)$$

Considerando que as barras de pressão utilizadas numa BPH são fabricadas em aço, e sempre que os ensaios são realizados dentro domínio elástico do aço criando impulsos com comprimentos de onda sensivelmente **100** vezes a dimensão do diâmetro das barras, o efeito de dispersão será bastante reduzido. Um processo muito eficaz de limitar o efeito de dispersão da onda de tensão é registando o sinal após percorrem uma distância muito curta, tal como será falado mais à frente.

6.6. Propagação de Ondas de Deformação Plástica

Todos os materiais quando sujeitos a ensaios de tração ou de compressão, e sejam eles ensaios com elevadas taxas de deformação ou ensaios clássicos, apresentam ~~sempre~~ dois tipos de comportamentos: um comportamento elástico e um comportamento plástico, tal como está representado na Figura 23. Ter em conta que o tipo de curva Tensão-Deformação apresentado na Figura 23 é típica de um ensaio de tração clássico.

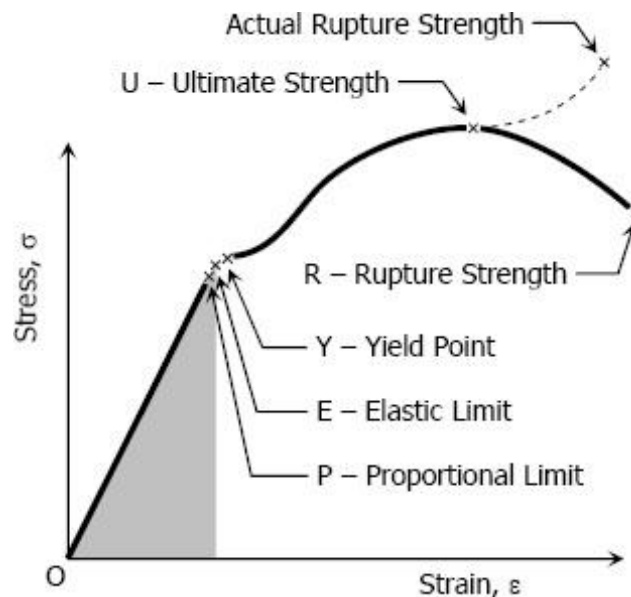


Figura 22 - Curva de Tensão-Deformação (Mathalino, 2016)

Esta curva caracteriza o comportamento mecânico da maioria dos materiais metálicos dúcteis. Sempre que é criado um impulso na barra incidente, que ultrapasse o limite elástico do

provete provocando uma deformação plástica no mesmo, depois do ponto Y da curva de Tensão-Deformação da Figura 22, a onda de tensão gerada pelo impulso será decomposta em duas ondas, ou seja, numa onda de tensão de deformação elástica e numa de deformação plástica.

A deformação elasto-plástica, que na curva de Tensão-Deformação da Figura 22 encontra-se entre os pontos Y e R, pode ser aproximadamente representada pela equação de Ramberg-Osgood (W. R. & W. Ramberg, 1943)

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \quad (6.7.1)$$

onde σ_0 é a tensão nominal de cedência do material, k é o coeficiente de encruamento e n é o expoente de encruamento que tem um valor inferior a 1.

Para os ensaios realizados a elevadas taxas de deformação, os valores da tensão elasto-plástica diferem, isto é, quanto maior for a taxa de deformação aplicada no provete maior será a tensão de escoamento, tal como se pode observar na Figura 23.

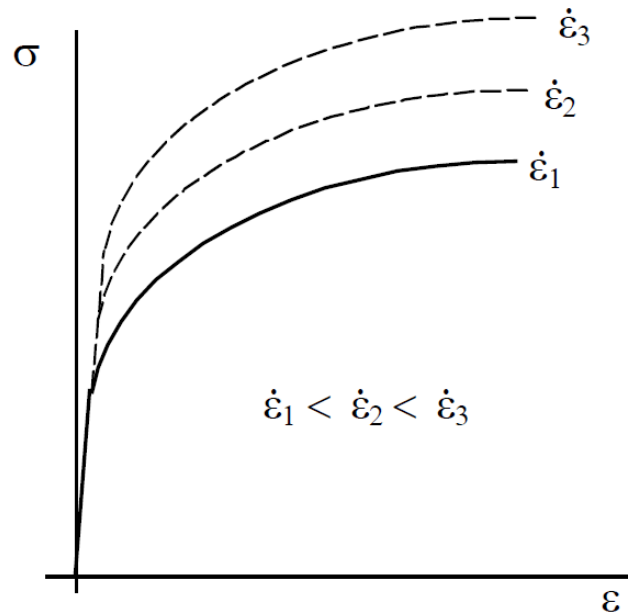


Figura 23 - Relevância da Taxa de Deformação nas Curvas de Tensão-Deformação (Ferreira, 2003)

A relação entre a taxa de deformação e os valores de tensão podem ser representados pela equação (W. R. & W. Ramberg, 1943)

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^d \quad (6.7.2)$$

onde \mathbf{d} é o coeficiente de sensibilidade à razão de deformação, e que o seu valor varia no intervalo $]0; 1[$.

O cálculo da velocidade de propagação de uma onda calcula-se diretamente a partir da segunda lei de Newton numa qualquer partícula num provete, ou seja

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow \quad (6.7.3)$$

$$\Rightarrow \mathbf{F} = \rho V \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) \Rightarrow \quad (6.7.4)$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{x} = \rho \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) \quad (6.7.5)$$

Considerando que a tensão varia apenas com a deformação, pode-se reescrever a equação (6.7.5) da seguinte forma:

$$\left(\frac{\sigma}{\epsilon} \right) \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) = \rho \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) \Rightarrow \quad (6.7.6)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma}{\epsilon} \right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) \Leftrightarrow \quad (6.7.7)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \rho^{-1} \left(\frac{\sigma}{\epsilon} \right) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} \right) \quad (6.7.8)$$

Primitivando a equação (6.7.8) consegue-se adquirir a equação que faculta o valor da velocidade da propagação da onda de deformação plástica unidireccionalmente, \mathbf{c}_{dp} (Ferreira, 2003)

$$\mathbf{c}_{dp} = \sqrt{\rho^{-1} \left(\frac{\sigma}{\epsilon} \right)} \quad (6.7.9)$$

Como se sabe, o módulo de elasticidade é representado por

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (6.7.10)$$

e que a velocidade de propagação de uma onda de deformação elástica é representada por

$$c_{de} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6.7.11)$$

ou seja

$$c_{de} = \sqrt{\rho^{-1} \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} \right)} \quad (6.7.12)$$

Sabendo ainda que o declive da curva de Tensão-Deformação é influenciada pelo módulo de elasticidade na zona de deformação elástica, é correto também dizer que na zona de deformação plástica, o fator $\frac{\sigma}{\varepsilon}$ também influencia o declive da curva, tal como está demonstrado na Figura 25.

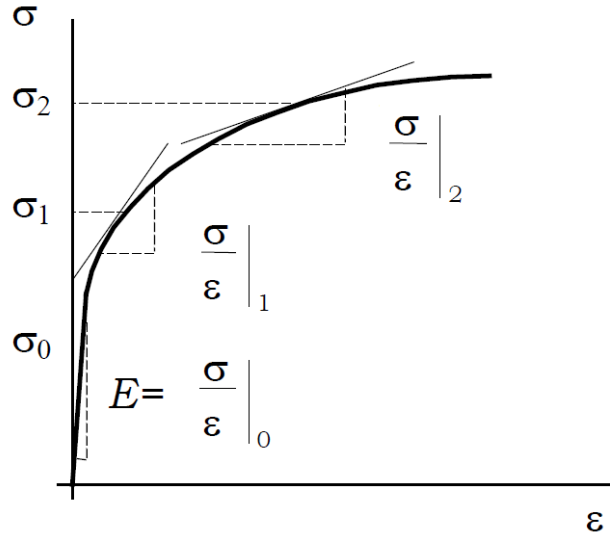


Figura 24 - Demonstração do declive nas diferentes zonas de deformação (Ferreira, 2003)

Utilizando o exemplo da Figura 23 , observa-se que

$$\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{elástico} > \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{plástico} \quad (6.7.13)$$

Com estes dados pode-se concluir que a velocidade de propagação das ondas de deformação elástica é superior à velocidade de propagação das ondas de deformação plástica, e

que por este motivo, pela diminuição de velocidade, a frente de onda de deformação plástica tem tendência a dispersar.

Para além do referido, a equação

$$c_{de} = \sqrt{\rho^{-1} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)} \quad (6.7.14)$$

apenas pode ser aplicada para a determinação da velocidade da propagação de ondas de deformação elástica em barras cilíndricas quando o comprimento de onda, Λ , é muito maior que o raio da área transversal, r , satisfazendo a equação

$$\frac{r}{\Lambda} < 0,1 \quad (6.7.15)$$

6.7. Cálculo da Tensão, Deformação e Taxa de Deformação do Provette

Segundo os estudos realizados por Kraft, Sullivan e Tipper (Kraft, Sullivan, & Tipper, 1954), quando a barra projétil colide com a barra incidente, transmite um género de onda quadrada onde a sua duração pode ser calculada através da equação

$$\Delta t = \frac{2L_{BP}}{c_B} \quad (6.8.1)$$

onde L_{BP} é o comprimento da barra projétil, e o c_B é a velocidade de propagação de onda na barra.

Segundo os estudos realizados por Chen e Song (Chen & Song, 2011), se a barra projétil e a barra incidente tiverem a mesma impedância mecânica, a magnitude da onda de tensão induzida no provete, ou seja, a onda de tensão incidente, está dependente da velocidade da barra projétil no momento da colisão, v_{BP} . A onda de tensão incidente pode ser calculada através da equação (Young, 2015)

$$\sigma_I = \frac{\rho_B c_B v_{BP}}{2} \quad (6.8.2)$$

Tal como a onda de tensão incidente, a onda de deformação incidente também está dependente da velocidade da barra projétil no momento da colisão, e é calculada através da equação

$$\epsilon_I = \frac{v_{BP}}{2c_B} \quad (6.8.3)$$

Durante os seus estudos, William Sharpe Jr. (Sharpe, 2008), deduziu as equações para calcular a tensão, a deformação e a taxa de deformação sofrida pelo provete durante um ensaio. As equações que serão seguidamente desenvolvidas serão para um ensaio de compressão, a diferença destas equações para um ensaio de tração é inverter os sinais das ondas de tensão incidente, de reflexão e de transmissão.

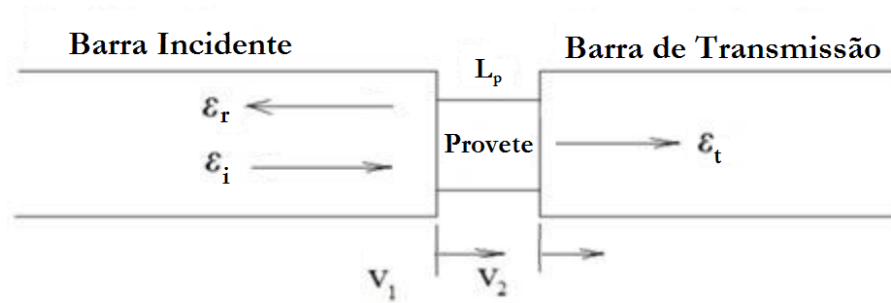


Figura 25 - As variáveis e o provete

As equações deduzidas por William Sharpe Jr. (Sharpe, 2008), além de partirem do pressuposto que as ondas de tensão propagadas nas barras não sofrem qualquer dispersão, tem também em conta as velocidades das partículas nas extremidades do provete relacionando-as com os três impulsos de tensão que são medidos num ensaio.

Tendo em conta a informação dada no parágrafo anterior e a Figura 26, as equações das velocidades nas extremidades do provete são (Chen & Song, 2011):

$$\begin{cases} v_1 = c_B(\epsilon_I - \epsilon_R) \\ v_2 = c_B\epsilon_T \end{cases} \quad (6.8.4)$$

e da equação que descreve a taxa de deformação média, $\dot{\epsilon}$, sofrida pelo provete

$$\dot{\epsilon} = \frac{v_1 - v_2}{L_p} \quad (6.8.5)$$

onde L_p é o comprimento de referência do provete.

Com isto deduz-se que

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{c_B(\epsilon_I - \epsilon_R - \epsilon_T)}{L_p} \quad (6.8.6)$$

pelo que a integração em ordem ao tempo permite obter a deformação média, $\bar{\epsilon}$, sofrida pelo provete, isto é

$$\bar{\epsilon} = \frac{c_B}{L_p} \int_0^t (\epsilon_I - \epsilon_R - \epsilon_T) dt \quad (6.8.7)$$

As tensões sofridas pelo provete nas suas extremidades são calculadas através das equações (Chen & Song, 2011):

$$\begin{cases} \sigma_1 = \left(\frac{A_B}{A_p}\right) E_B(\epsilon_I + \epsilon_R) \\ \sigma_2 = \left(\frac{A_B}{A_p}\right) E_B \epsilon_T \end{cases} \quad (6.8.8)$$

Onde σ_1 representa a tensão existente na interface entre a barra incidente e o provete, e σ_2 representa a tensão existente na interface entre o provete e a barra de transmissão.

Assumindo que existe um equilíbrio de tensões no provete durante um ensaio, de modo a que o provete se deforme de uma maneira uniforme, tem-se

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 \\ \epsilon_I + \epsilon_R = \epsilon_T \end{cases} \quad (6.8.9)$$

e ao aplicando estes dados das equações (6.8.9) nas equações (6.8.6), (6.8.7) e (6.8.8) obtém-se:

$$\dot{\epsilon}_u = -2 \left(\frac{c_B}{L_p}\right) \epsilon_R \quad (6.8.10)$$

$$\epsilon_u = -2 \left(\frac{c_B}{L_p}\right) \int_0^t \epsilon_R dt \quad (6.8.11)$$

$$\sigma_u = \left(\frac{A_B}{A_p}\right) E_B \epsilon_T \quad (6.8.12)$$

Estas equações são conhecidas como as equações de Hopkinson (Young, 2015). No entanto, para ser possível gerar a curva de Tensão-Deformação do material, e a sua taxa de deformação ao longo do ensaio, é necessário colocar as equações de Hopkinson em ordem ao tempo, ou seja:

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_u(t) = -2 \left(\frac{c_B}{L_p} \right) \epsilon_R(t) \\ \epsilon_u(t) = 2 \left(\frac{c_B}{L_p} \right) \int_0^t \epsilon_R(t) dt \\ \sigma_u(t) = \left(\frac{A_B}{A_p} \right) E_B \epsilon_T(t) \end{cases} \quad (6.8.13)$$

6.8. Teoria da Barra de Pressão de Hopkinson Utilizando a Conservação de Energia

De acordo com os estudos realizados por Chen e Song (Chen & Song, 2011), é possível também calcular a energia de deformação sofrida por um provete durante um ensaio, isto porque quando a onda de tensão se propaga ao longo de uma barra, a sua energia mecânica em parte é transformada em energia de deformação devido à deformação que a barra sofre, e em energia cinética através do deslocamento da barra.

Utilizando a deformação incidente causada pelo movimento da onda de tensão ao longo da barra incidente, é possível calcular a energia elástica da onda de deformação incidente, U_I , através da equação

$$U_I = V_I \int_0^{\epsilon_I} \sigma_I d\epsilon \quad (6.9.1)$$

onde V_I representa o volume deformado pela barra incidente, que pode ser calculado pela equação (assumindo movimento não acelerado, isto é velocidade constante)

$$V_I = A_B c_B \Delta t \quad (6.9.2)$$

Sabendo que no regime linear elástico

$$\sigma_I = E_B \epsilon_I \quad (6.9.3)$$

desta forma obtém-se a equação

$$U_I = \frac{A_B c_B E_B \Delta t \epsilon_I^2}{2} \quad (6.9.4)$$

A energia de deformação elástica das ondas de reflexão e transmissão, U_R e U_T respetivamente, podem ser calculadas através das equações

$$U_R = \frac{A_B c_B E_B \Delta t \epsilon_R^2}{2} \quad (6.9.5)$$

$$U_T = \frac{A_B c_B E_B \Delta t \epsilon_T^2}{2} \quad (6.9.6)$$

A deformação do provete com base na contribuição dada pela energia de deformação elástica nas barras, ϵ_{es} , é dada pela equação

$$\epsilon_{es} = U_I - U_R - U_T \quad (6.9.7)$$

onde **es** vem da terminologia inglesa *elastic strain*, que pode ser escrito através de

$$\epsilon_{es} = \frac{A_B c_B E_B \Delta t (\epsilon_I^2 - \epsilon_R^2 - \epsilon_T^2)}{2} \quad (6.9.8)$$

e quando o provete se encontra num estado de equilíbrio de tensão dinâmico ($\epsilon_I = \epsilon_R = \epsilon_T$), a equação anterior pode ser simplificada por

$$\epsilon_{es} = -A_B c_B E_B \Delta t \epsilon_R \epsilon_T \quad (6.9.9)$$

Para calcular a energia cinética que contribui para a deformação do provete, δ_p , começasse por calcular a energia cinética que existe na barra incidente, Ec_I , proveniente da onda de deformação incidente através da equação

$$Ec_I = \frac{m v_I^2}{2} \quad (6.9.10)$$

em que m e v_I são a massa e a velocidade das partículas da porção da barra incidente deformada, que são calculadas através das equações

$$m = \rho_B A_B c_B \Delta t \quad (6.9.11)$$

$$v_I = c_B \epsilon_I \quad (6.9.12)$$

e se substituirmos estas equações na equação (6.9.10) obtemos

$$Ec_I = \frac{A_B E_B \Delta t c_B \varepsilon_I^2}{2} \quad (6.9.13)$$

A energia cinética provenientes das ondas de reflexão e de transmissão são calculadas de uma forma idêntica através das equações

$$Ec_R = \frac{A_B E_B \Delta t \varepsilon_R^2}{2} \quad (6.9.14)$$

$$Ec_T = \frac{A_B E_B \Delta t \varepsilon_T^2}{2} \quad (6.9.15)$$

A contribuição da energia cinética proveniente do movimento das barras para a deformação do provete pode ser calculada recorrendo à equação

$$\varepsilon_{Ec_p} = Ec_I - Ec_R - Ec_T \quad (6.9.16)$$

e através das equações (6.9.13), (6.9.14) e (6.9.15) pode ser reescrita por

$$\varepsilon_{Ec_p} = \frac{A_B E_B \Delta t (\varepsilon_I^2 - \varepsilon_R^2 - \varepsilon_T^2)}{2} \quad (6.9.17)$$

e quando o provete se encontra em equilíbrio de tensão, a equação pode ser simplificada por

$$\varepsilon_{Ec_p} = -A_B c_B E_B \Delta t \varepsilon_R \varepsilon_T \quad (6.9.18)$$

Como é possível reparar, as equações para calcular a deformação do provete através da energia da deformação elástica e da energia cinética são idênticas. Se se assumir que a resposta do provete ao impulso gerado será perfeitamente elástica, a energia de deformação do provete, U_p , pode ser simplificada, dando origem à equação:

$$U_p = \frac{A_p L_p \sigma_p \varepsilon_p}{2} \quad (6.9.19)$$

onde A_p é a área transversal inicial do provete, L_p é o comprimento inicial do provete, σ_p é a tensão de cedência do provete e ε_p é a sua deformação plástica. A tensão de cedência e a deformação plástica do provete podem ser calculadas através das equações (Young, 2015)

$$\sigma_p = E_B \varepsilon_T \left(\frac{A_B}{A_p} \right) \quad (6.9.20)$$

$$\varepsilon_p = -2\varepsilon_R \Delta t \left(\frac{c_B}{L_p} \right) \quad (6.9.21)$$

Com os dados obtidos nas duas equações anteriores, pode-se reescrever a equação (6.9.19) da forma

$$U_p = -2A_B c_B E_B \Delta t \varepsilon_R \varepsilon_T \quad (6.9.22)$$

que por sua vez

$$U_p = 2\varepsilon_{es} = 2\varepsilon_{Ec_p} \quad (6.9.23)$$

Tal como é demonstrado na equação anterior, é possível deduzir que metade da energia necessária para deformar o provete provém da energia das ondas de deformação elástica, e que a outra metade resulta da energia cinética criada pelo movimento das barras.

Sabendo que a energia cinética é metade da energia necessária para deformar plasticamente o provete, a instalação do dissipador de energia é algo mesmo muito importante, isto porque se o dissipador de energia para o movimento da barra incidente antes do tempo, o provete além de não conseguir se deformar plasticamente também não irá atingir a sua tensão de cedência.

6.9. Velocidade da Barra Projétil

A velocidade induzida na barra incidente, tal como foi visto anteriormente, é um fator importante para a deformação plástica do provete, o que implica que a velocidade da barra projétil também o seja.

Segundo os estudos realizados por Gallina, Birch e Alves (Gallina, Birch, & Alves, 2003), a tensão que percorre a barra incidente gerada pelo impacto entre esta e a barra projétil pode ser calculada através dos dados obtidos pelo extensómetro que é colocado na barra incidente. A tensão que percorre a barra projétil, σ_{BP} , e a que percorre a barra incidente, σ_{BI} , estão relacionadas com a velocidade das ondas de tensão existentes na interface em comum com as duas, e se desenvolvermos a equação (6.2.7), podem ser calculadas através das equações

$$\sigma_{BP} = \rho_{BP} c_{BP} (v_{BP} - v_{BI}) \quad (6.10.1)$$

$$\sigma_{BI} = \rho_{BI} c_{BI} v_{BI} \quad (6.10.2)$$

onde o termo **BI** representa a barra incidente.

No momento do impacto, algo a ter em conta é o equilíbrio de forças entre as barras, ou seja, nesse momento a força exercida na barra incidente pela barra projétil, **F_{BP}**, é igual à força de reação da barra incidente para com a barra projétil, **F_{BI}**, tal como está descrito nas equações

$$F_{BP} = F_{BI} \Rightarrow \quad (6.10.3)$$

$$\Rightarrow A_{BP} \sigma_{BP} = A_{BI} \sigma_{BI} \quad (6.10.4)$$

e utilizando as equações (6.10.1) e (6.10.2) tem-se

$$A_{BP} \rho_{BP} c_{BP} (v_{BP} - v_{BI}) = A_{BI} \rho_{BI} c_{BI} v_{BI} \Rightarrow \quad (6.10.5)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{A_{BI} \rho_{BI} c_{BI}}{A_{BP} \rho_{BP} c_{BP}} \quad (6.10.6)$$

Tal como foi explicado no subcapítulo da impedância mecânica, o ideal é que $\alpha = 1$ para que a onda de tensão seja transmitida na sua totalidade, aplicando na equação (6.10.5) tem-se:

$$v_{BP} - v_{BI} = v_{BI} \Leftrightarrow \quad (6.10.7)$$

$$\Leftrightarrow v_{BI} = \frac{v_{BP}}{2} \quad (6.10.8)$$

que, aplicando nas equações (6.10.1) e (6.10.2) permite obter

$$\sigma_{BP} = \frac{\rho_{BI} c_{BI} v_{BP}}{2} \quad (6.10.9)$$

$$\sigma_I = \rho_{BI} c_{BI} \left(\frac{v_{BP}}{2} \right) \quad (6.10.10)$$

À semelhança do que se passa na interface entre as barras projétil e incidente, o mesmo se passa na interface entre a barra incidente e o provete, isto é, assumindo que não existe nenhuma dissipação de força

$$F_{BI} = F_p \quad (6.10.11)$$

e sabendo que nesta interface a onda de tensão incidente é dividida em duas partes, onda de tensão refletida e onda de tensão transmitida, sabe-se que

$$A_{BI} \sigma_T = A_p \sigma_p \Leftrightarrow \quad (6.10.12)$$

$$\Leftrightarrow \sigma_T = \frac{A_p \sigma_p}{A_{BI}} \quad (6.10.13)$$

e

$$\sigma_R = E_{BI} \epsilon_R \quad (6.10.14)$$

o que implica que se aplicarmos a equação (6.8.10)

$$\sigma_R = \dot{\epsilon}_u \left(\frac{E_{BI} L_p}{2 c_{BI}} \right) \quad (6.10.15)$$

Sabendo que

$$\sigma_I - \sigma_R = \sigma_T \quad (6.10.16)$$

é possível reescrever esta equação da forma

$$\sigma_I = \frac{A_p \sigma_p}{A_{BI}} + \dot{\epsilon}_u \left(\frac{E_{BI} L_p}{2 c_{BI}} \right) \quad (6.10.17)$$

e se aplicarmos na equação (6.10.10) teremos

$$v_{BP} = \frac{2}{\rho_{BI} c_{BI}} \left[\sigma_p \left(\frac{A_p}{A_{BI}} \right) + \dot{\epsilon}_u \left(\frac{E_{BI} L_p}{2 c_{BI}} \right) \right] \quad (6.10.18)$$

Esta última equação permite calcular a velocidade atingida pela barra projétil até ao momento em que entra em contacto com a barra incidente, através da informação obtida pelo extensómetro que se encontra colocado na barra incidente.

A velocidade máxima que a barra projétil pode alcançar num ensaio num ensaio é calculada recorrendo ao valor da tensão de cedência do material que constitui as barras de pressão, σ_{yB} , num dispositivo de BPH, onde o y vem da terminologia inglesa *yield strength*.

A velocidade máxima da barra projétil é algo muito importante para ter em conta num ensaio pois é pretendido que as barras de pressão do dispositivo não sofram nenhuma deformação plástica, para que não ocorra nenhuma dissipação de energia, e é calculada através da equação

$$v_{st max} = \frac{2 \sigma_{yBP}}{\rho_{BP} c_{BP}} \quad (6.10.19)$$

6.10. Compressão e Tração

Relembrando que o método escolhido neste estudo para adaptar um dispositivo de uma BPH utilizado em ensaios de compressão para realizar ensaios de tração foi o método do anel de compressão, e como tal, todo o estudo desenvolvido neste subcapítulo será em volta deste método.

A configuração dos dois ensaios é praticamente a mesma, em que as diferenças consistem na colocação do anel de compressão, e na troca das barras de pressão. Na Figura 27 está representado um diagrama de Lagrange onde as barras incidentes e de transmissão têm o mesmo comprimento, e por isso a propagação das ondas de deformação é bastante similar.

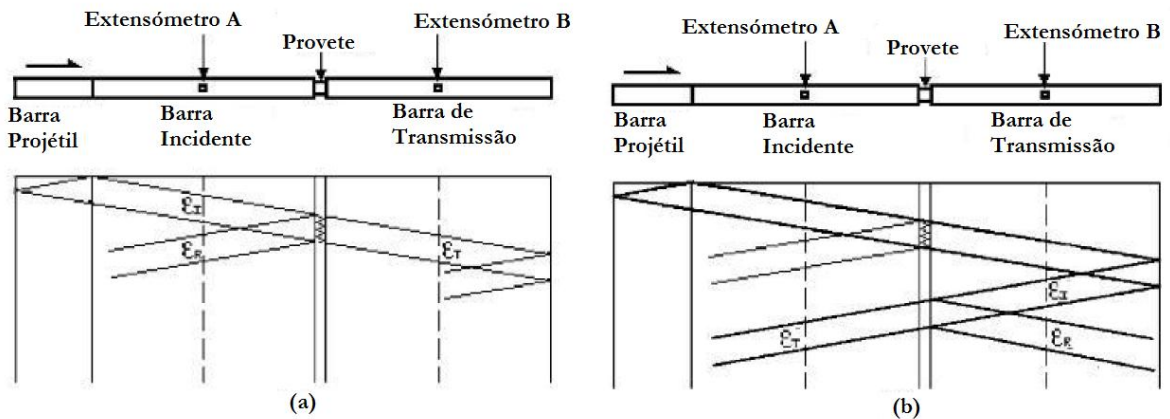


Figura 26 - Diagrama de Lagrange para ensaios de compressão (a) e de tração (b) (Berger-Pelletier, 2013)

Tal como se pode observar no diagrama da tração da Figura 27 (b), e como já foi explicado anteriormente, parte do impulso incidente é refletido no sentido contrário devido ao coeficiente de transmissão ser menor que **1**. A segunda reflexão que ocorre na extremidade livre da barra de transmissão é a onda de tensão que aplica uma força de tração que dá início ao ensaio. Já no ensaio de compressão, a onda que dá início ao ensaio é a onda de tensão que aplica uma força de compressão criada pelo impacto entre a barra projétil e a barra incidente.

A informação relativa à primeira onda de tensão que atravessa as barras incidente e de transmissão não é registada durante o ensaio de tração, pois não é necessária para os cálculos que são realizados durante o ensaio. Se as barras utilizadas para o ensaio de tração forem as

mesmas, e se as barra incidente e a de transmissão tiverem o mesmo comprimento, existe uma simetria de ondas entre os dois ensaios, tal como é demonstrado na Figura 28.

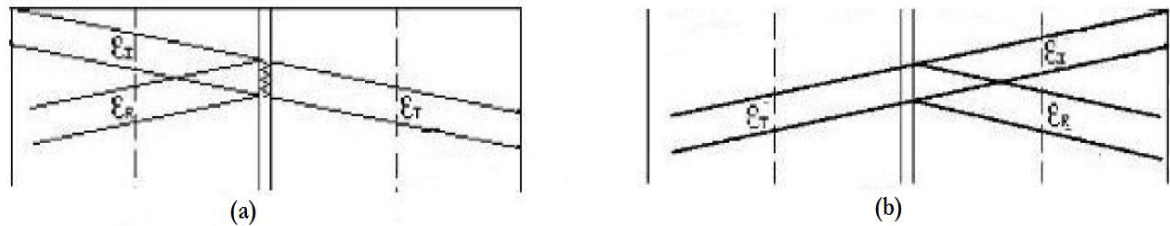


Figura 27 - Simetria entre os diagramas de Lagrange nos ensaios de compressão (a) e tração (b) (Berger-Pelletier, 2013)

Com estes dados podemos ver que a reflexão da onda de tensão transmitida do ensaio de compressão será utilizada como onda de tensão incidente no ensaio de tração, e como as barras de pressão que são utilizadas no ensaio de tração são as mesmas que são usadas no ensaio de compressão, significa que as propriedades mecânicas são mesmas, e por isso, a velocidade de propagação de onda e a duração de impulso serão os mesmos, o que explica a simetria no diagrama de Lagrange.

Na Figura 27 (b) pode-se reparar que quando a onda de tensão incidente atinge a interface entre a barra incidente e o anel de compressão parte é dela é refletida no sentido contrário, isto porque o coeficiente de transmissão entre os dois ser menor que **1**. E para que os dados obtidos sejam o mais fiáveis possível é necessário que não exista nenhuma sobreposição entre as ondas de tensão, seja por reflexão ou por transmissão. A sobreposição de ondas pode ser verificada pelos dados recolhidos pelos extensómetros, tal como está demonstrado na Figura 29.

Na Figura 29 está representado o diagrama de Lagrange de um ensaio de tração num dispositivo de uma BPH onde o comprimento das barras incidente e de transmissão é o mesmo, e por esse motivo existem momentos em que ocorre a sobreposição de ondas. A onda a tracejado representa a reflexão da onda de tensão incidente na barra incidente.

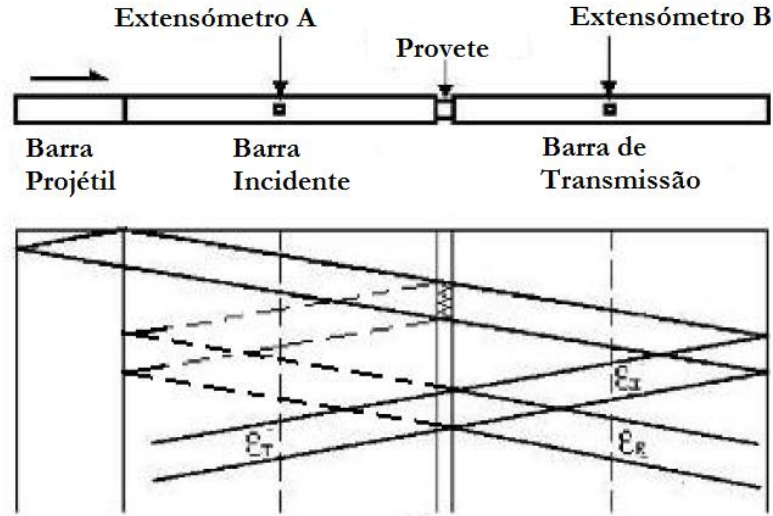


Figura 28 - Diagrama de Lagrange mostrando a sobreposição de ondas (Berger-Pelletier, 2013)

A onda de tensão é refletida duas vezes na barra incidente, isto é, a sua reflexão passa duas vezes pelo extensômetro colocado na barra incidente. A primeira reflexão acontece na interface entre a barra e o anel de compressão que aplica uma força de tração no provete, e a segunda acontece na extremidade livre da barra que aplica uma força de compressão no provete.

Os tempos são calculados assumindo que as barras incidente e de transmissão têm geometrias iguais, e negligenciando o tempo de duração das ondas a atravessar o provete. Assim sendo (Berger-Pelletier, 2013):

1. Primeira leitura na barra incidente, onda de tensão do impulso inicial

$$T_0 = t_a = \frac{a}{c_B} \quad (6.11.1)$$

2. Segunda leitura na barra incidente, primeira reflexão da onda de tensão do impulso na interface

$$T_1 = t_a + 2t_b = \frac{a}{c_B} + \frac{2(L - a)}{c_B} \quad (6.11.2)$$

3. Terceira leitura na barra incidente, segunda reflexão da onda de tensão na extremidade livre da barra voltada para a barra projétil

$$T_2 = t_a + 2t_b + 2t_a = \frac{3a}{c_B} + \frac{2(L-a)}{c_B} \quad (6.11.3)$$

4. Quarta leitura na barra incidente (registada), onda de tensão transmitida do provete para a barra incidente

$$T_3 = t_a + 2t_b + 2t_a + 2t_b = \frac{3a}{c_B} + \frac{4(L-a)}{c_B} \quad (6.11.4)$$

5. Primeira leitura na barra de transmissão, onda de tensão transmitida do anel de compressão para a barra de transmissão

$$T_4 = t_a = \frac{a}{c_B} \quad (6.11.5)$$

6. Segunda leitura na barra de transmissão (registada), onda de tensão refletida na extremidade livre da barra de transmissão, que aplica uma força de tração no provete

$$T_5 = t_a + 2t_b = \frac{a}{c_B} + \frac{2(L-a)}{c_B} \quad (6.11.6)$$

7. Terceira leitura na barra de transmissão (registada), reflexão da onda de tensão no provete

$$T_6 = t_a + 2t_b + 2t_a = \frac{3a}{c_B} + \frac{2(L-a)}{c_B} \quad (6.11.7)$$

Nestas equações as variáveis **L**, **a**, e **b** simbolizam o comprimento da barra, a distância entre a extremidade esquerda da barra e o extensómetro, e a distância entre a extremidade direita da barra e o extensómetro respetivamente de acordo com a Figura 29.

É importante ter em conta que as únicas leituras registadas no ensaio de tração são as dos pontos **4**, **6** e **7**. Se fosse para fazer leituras para um ensaio de compressão, as leituras que seriam registadas eram as dos pontos **1**, **2** e **5**, em que a principal diferença seria que as reflexões seriam apenas feitas nas interfaces do provete, pois não seria usado o anel de compressão.

O problema da sobreposição apresentado nos pontos **4** e **6** criado pela simetria das barras é que as ondas refletidas apresentadas a tracejado, sobrepõem-se às ondas necessárias para os

cálculos a efetuar nos ensaios de tração, ou seja, os dados obtidos pelos extensômetros não seriam confiáveis.

Este problema resolveu-se criando uma nova configuração para o dispositivo de BPH em ensaios de tração, que consiste em usar uma barra de transmissão que tenha o dobro do comprimento da barra projétil, e uma barra incidente que tenha o quádruplo do comprimento da barra projétil. Desta forma, o problema da sobreposição de ondas fica resolvido, tal como está representado na Figura 30.

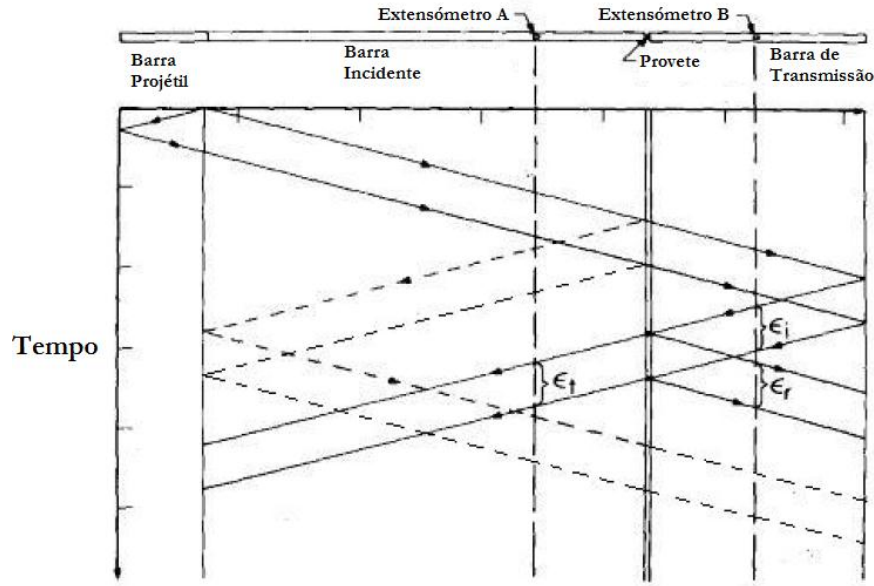


Figura 29 - Diagrama de Lagrange sem sobreposição de ondas (Berger-Pelletier, 2013)

E com estas condições, os tempos têm de ser calculados da seguinte forma:

1. Primeira leitura na barra incidente, onda de tensão criada pelo impacto

$$T_0 = t_{aBI} = \frac{a_{BI}}{c_B} \quad (6.11.8)$$

2. Segunda leitura na barra incidente, reflexão da onda de tensão no anel de compressão

$$T_1 = t_{aBI} + t_{bBI} = \frac{a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{2(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} \quad (6.11.9)$$

3. Terceira leitura na barra incidente (registada), onda de tensão transmitida pelo provete para a barra incidente, que aplica uma força de tração no provete

$$T_2 = t_{aBI} + t_{bBI} + t_{bBT} + 2t_{aBT} + t_{bBT} + t_{aBI} = \frac{2a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{2(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} + \frac{2b_{BT}}{c_{BT}} + \frac{2(L_{BT} - b_{BT})}{c_{BT}} \quad (6.11.10)$$

4. Quarta leitura na barra incidente, onda de tensão refletida na extremidade livre da barra incidente

$$T_3 = t_{aBI} + 2t_{bBI} + 2t_{aBI} = \frac{3a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{4(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} \quad (6.11.11)$$

5. Primeira leitura da barra de transmissão, onda de tensão do impulso transmitida pelo anel de compressão para a barra de transmissão

$$T_4 = t_{aBI} + t_{bBI} + t_{bBT} = \frac{a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} + \frac{b_{BT}}{c_{BT}} \quad (6.11.12)$$

6. Segunda leitura na barra de transmissão (registada), onda de tensão refletida na extremidade livre da barra de transmissão, que aplica uma força de tração no provete

$$T_5 = t_{aBI} + t_{bBI} + t_{bBT} + 2t_{aBT} = \frac{a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} + \frac{b_{BT}}{c_{BT}} + \frac{2(L_{BT} - b_{BT})}{c_{BT}} \quad (6.11.13)$$

7. Terceira leitura na barra de transmissão (registada), reflexão da onda de tensão no provete

$$T_6 = t_{aBI} + t_{bBI} + t_{bBT} + 2t_{aBT} + 2t_{bBT} = \frac{a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} + \frac{3b_{BT}}{c_{BT}} + \frac{2(L_{BT} - b_{BT})}{c_{BT}} \quad (6.11.14)$$

8. Quarta leitura na barra de transmissão, onda de tensão do ponto 4 transmitida pelo anel de compressão para a barra de transmissão

$$T_7 = t_{aBI} + 2t_{bBI} + 2t_{aBI} + t_{bBI} + t_{bBT} = \frac{3a_{BI}}{c_{BI}} + \frac{3(L_{BI} - a_{BI})}{c_{BI}} + \frac{b_{BT}}{c_{BT}} \quad (6.11.15)$$

Nestas equações existem diversas variáveis com múltiplos significados físicos onde a_{BI} é a distância entre a extremidade livre da barra incidente e o extensómetro, b_{BI} é a distância entre o extensómetro e a interface da barra incidente com o provete, L_{BI} é o comprimento da barra incidente, e a mesma coisa para as variáveis a_{BT} , b_{BT} e L_{BT} mas em relação à barra de transmissão.

A maioria das configurações dos dispositivos de uma BPH colocam os dois extensômetros nas barras à mesma distância do provete, respeitando as condições

$$L_{BI} - a_{BI} = L_{BT} - a_{BT} = b_{BI} = b_{BT} = b \wedge t_{bBI} = t_{bBT} = t_b \quad (6.11.16)$$

A Figura 31 apresenta um diagrama de Lagrange que cumpre com as condições anteriores durante um ensaio de tração, que tem como características físicas:

- Barra Projétil: **225mm**
- Barra de Transmissão: **450mm**
- Barra Incidente: **900mm**
- Provete: **5,5mm**

No entanto, existem momentos em que as ondas quase se intercetam que estão localizados com círculos vermelhos.

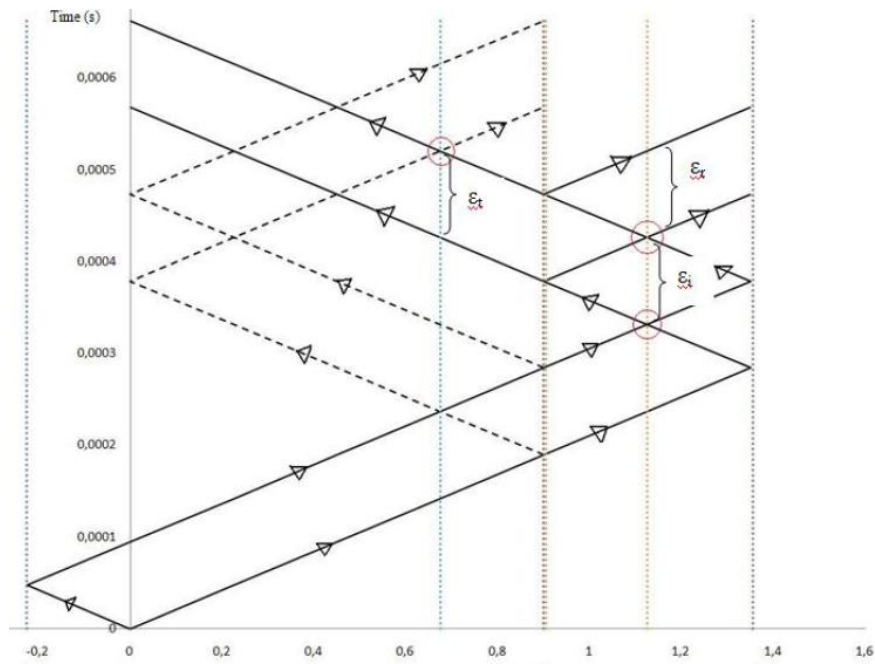


Figura 30 - Diagrama de Lagrange de um ensaio de tração complete (Berger-Pelletier, 2013)

7. Projeto de uma Barra de Pressão de Hopkinson

O principal objetivo deste projeto é a construção de uma BPH com um comprimento máximo de **5m** para o departamento de Ciências e Tecnologia da Escola Naval com o intuito de permitir aos cadetes da classe de Engenharia Naval do Ramo Mecânica realizarem ensaios de compressão e tração a elevadas taxas de deformação, cerca de **5000 s⁻¹**, e possibilitar aos mesmo uma observação do comportamento dos materiais quando sujeitos a estas condições.

Os principais cuidados a ter na criação deste projeto foram:

- A geometria das barras de pressão por forma a garantir que a propagação das ondas seja o mais uniforme e longitudinal possível;
- A taxa de deformação em ambos os ensaios seja aproximadamente **5000 s⁻¹**.

Por forma a cumprir com as necessidades pretendidas, este projeto foi dividido em três etapas:

1. Projeção das barras projétil, incidente, e de transmissão e provetes para os dois tipos de ensaios;
2. Calcular a pressão necessária para cumprir com a taxa de deformação pretendida;
3. Projeção de uma estrutura com a capacidade para realizar ensaios de compressão e tração de uma BPH.

7.1. Barras Projétil, Incidente e de Transmissão

Tal como referido anteriormente, para que a propagação das ondas de tensão seja a mais uniforme e longitudinal possível, é necessário que cumpram com o rácio do comprimento da barra sobre o diâmetro da área transversal. O diâmetro escolhido é igual para todas as barras de ambos os ensaios foi de **15mm**, tendo em consideração o comprimento disponível (**5m**) no laboratório de mecânica do Departamento de Ciências e Tecnologia, e as relações que deverão

existir entre os comprimentos das barras incidente, de transmissão e projétil, e o diâmetro do provete e das barras. Já em relação ao comprimento, à exceção das barras incidentes e de transmissão do ensaio de compressão, todas as barras acabaram por ter um comprimento diferente para que se possa utilizar a mesma estrutura para ambos os ensaios. Sendo assim, os diferentes comprimentos das barras são:

- Para o ensaio de compressão (ver capítulo **6.10**):
 - Barra Projétil: **200mm**;
 - Barra de Incidente e de Transmissão: **800mm**.
- Para o ensaio de tração (ver capítulo **6.10**):
 - Barra Projétil: **225mm**;
 - Barra de Transmissão: **450mm**;
 - Barra Incidente: **900mm**.

7.2. Provetes

Nesta configuração do sistema de uma BPH é possível realizar dois tipos de ensaios, o de compressão e o de tração. Para se realizarem esses ensaios são necessários provetes do tipo de material que se pretende estudar, e para esta configuração os provetes utilizados para o ensaio de compressão são geometricamente diferentes dos provetes que são utilizados nos ensaios de tração. O provete mais simples é o provete de ensaio de compressão, que é um cilindro simples com **10mm** de diâmetro e **5,5mm** de altura, tal como está demonstrado na Figura 32.

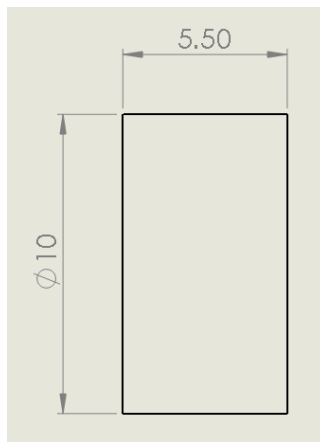


Figura 31 - Provete para ensaio de compressão, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015)

O provete utilizado no ensaio de tração requer uma forma geométrica mais complexa, pois este terá de ser enroscado diretamente nas barras incidente e de transmissão, tal como explicado anteriormente no método do anel de compressão. Tanto os furos existentes em ambas as barras, como a rosca do provete, são da medida ISO M10, como se pode observar nas Figuras 33 e 34.

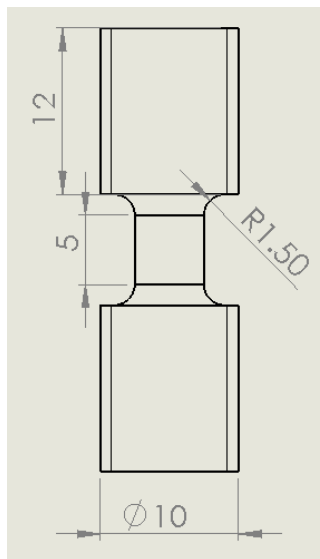


Figura 32 - Provete para ensaio de tração, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015)

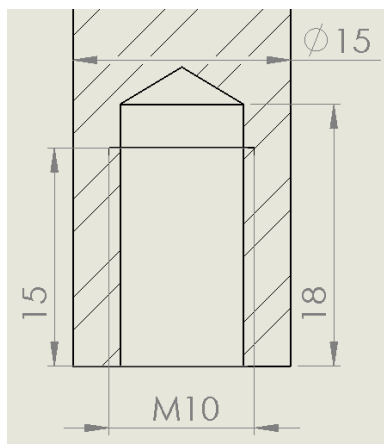


Figura 33 - Furos para enroscar o provete nas barras incidente e de transmissão num ensaio de tração, medidas em mm (modulado no SolidWorks 2015)

7.3. Pressão Necessária para o Sistema

A peça por onde percorre a barra projétil está diretamente ligada à fonte de pressão que fornece o ar comprimido ao sistema. O ar comprimido percorre o túnel onde é colocada a barra projétil empurrando-a com a pressão necessária para atingir a barra incidente com a velocidade pretendida.

Quanto maior for o valor da velocidade atingida pela barra projétil na altura do impacto com a barra incidente, maior será a taxa de deformação induzida no provete, daí o cálculo da velocidade da barra projétil na altura do impacto ser dos mais importantes para a realização destes ensaios. Com isto podemos compreender diretamente que a taxa de deformação que é pretendida nos ensaios está diretamente associada à aceleração a que a barra projétil é colocada, assim como a distância a percorrer, e o seu comprimento.

A aceleração adquirida pela barra projétil é proveniente da pressão que é colocada com o ar comprimido, o que quer dizer que quanto maior for a pressão colocada no sistema, maior será a velocidade da barra na altura do impacto, o que por sua vez significa uma maior taxa de deformação sofrida pelo provete.

Quanto ao comprimento das barras, é importante salientar que quanto maior for o tamanho do túnel da barra projétil, maior será a distância disponível a percorrer pela mesma para

atingir a velocidade necessária no momento do impacto, ou seja, quanto maior a distância disponível, menor será a pressão necessária a aplicar na barra.

7.3.1. Física por trás dos Cálculos da Pressão

Tendo em conta todos os aspetos mencionados, e sabendo que a taxa de deformação pretendida nestes ensaios é a de $5000s^{-1}$, teremos então de realizar as contas necessárias para um Sistema de Pressão, idêntico ao representado na Figura 35, ser o mais eficiente possível, mas antes disso, farei uma breve explicação da matemática por trás disso.

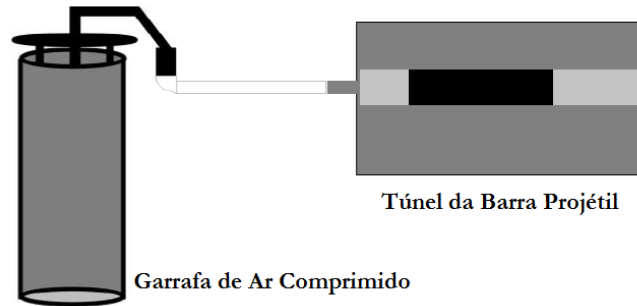


Figura 34 - Diagrama Esquemático do Sistema de Pressão (Dyab, Matin, & Jin, 2013)

Como mencionado anteriormente, a pressão criada pela libertação de ar comprimido no túnel da barra projétil cria uma força na superfície da barra, que por sua vez tem uma aceleração como resultado dessa força, tal como está explicado na Segunda Lei de Newton

$$\Sigma F = PA_{BP} = m_{BP}a_{BP} \quad (7.4.1)$$

Onde P é a pressão do ar comprimido no túnel, A_{BP} é a área da secção transversal da barra projétil, m_{BP} é a massa da barra e a_{BP} é a aceleração aplicada na barra. Resolvendo a equação anterior em ordem da aceleração temos:

$$a_{BP} = \frac{PA_{BP}}{m_{BP}} \quad (7.4.2)$$

Assumindo que a aceleração é constante ao longo do percurso, a velocidade da barra projétil no momento do impacto pode ser calculada através da equação:

$$v_{BP} = \sqrt{2a_{BP}L_T} \quad (7.4.3)$$

Onde v_{BP} é a velocidade da barra projétil e L_T é a distância percorrida pela barra projétil no interior do túnel. Utilizando a equação (7.4.2), e substituindo isso na equação anterior, temos:

$$v_{BP} = \sqrt{\frac{2PA_T L_T}{m_{BP}}} \quad (7.4.4)$$

Esta equação pode também ser escrita em ordem da pressão, ou seja

$$P = \frac{v_{BP}^2 m_{BP}}{2A_T L_T} \quad (7.4.5)$$

Sabendo que a taxa de deformação de um provete, $\dot{\epsilon}_p$, é essencialmente determinada pela velocidade da barra projétil e pelo comprimento do provete, L_p , ou seja

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{v_{BP}}{L_p} \quad (7.4.6)$$

Através de manipulação matemática podemos aplicar a equação (7.4.6) na equação (7.4.5) e concluir que

$$P = \frac{\dot{\epsilon}_p^2 L_p^2 m_{BP}}{2A_T L_T} \quad (7.4.7)$$

7.4. Cálculos Principais Para o Projeto

Uma vez que este projeto é meramente teórico, e que este foi desenhado no programa SolidWorks 2015, para a realização destes cálculos foram utilizados os dados das características físicas do material usado nas barras de pressão do sistema de BPH, que foram fornecidos pelo programa, tal como está demonstrado na Figura 36. O material escolhido foi o aço normalizado AISI 4340. Assim sendo, começemos a explicação dos cálculos.

Property	Value	Units
Elastic Modulus	205000	N/mm ²
Poisson's Ratio	0.32	N/A
Shear Modulus	80000	N/mm ²
Mass Density	7850	kg/m ³
Tensile Strength	1110	N/mm ²
Compressive Strength		N/mm ²
Yield Strength	710	N/mm ²
Thermal Expansion Coefficient	1.23e-005	/K
Thermal Conductivity	44.5	W/(m·K)
Specific Heat	475	J/(kg·K)
Material Damping Ratio		N/A

Figura 35 - Propriedades Físicas do Aço Normalizado 4340, (SolidWorks 2015)

Tal como foi dito anteriormente, a taxa de deformação sofrida pelo provete, pretendida nestes ensaios é de **5000 s⁻¹**, ou seja

$$\dot{\epsilon}_p = 5000 \text{ s}^{-1} \quad (7.5.1)$$

e sabendo que o diâmetro de todas as barras de pressão do sistema é de **15 mm**, podemos facilmente calcular as suas respetivas áreas transversais, que terá o valor

$$A_B = 176,715 \text{ mm}^2 \quad (7.5.2)$$

Os dados mais importantes a retirar da Figura 36 são a densidade

$$\rho_B = 7850 \text{ kg/m}^3 \quad (7.5.3)$$

o módulo de elasticidade

$$E_B = 205 \text{ GPa} \quad (7.5.4)$$

e a tensão de cedência

$$\sigma_{yB} = 710 \text{ MPa} \quad (7.5.5)$$

Com estes dados conseguimos então calcular a velocidade de propagação das ondas nas barras de pressão através da equação (6.2.7)

$$C_B = \sqrt{\frac{E_B}{\rho_B}} \Rightarrow C_B = 5110,2495 \text{ m/s} \quad (7.5.6)$$

e a velocidade máxima que a barra projétil pode atingir sem causar nenhuma deformação plástica nas outras barras através da equação (6.10.19)

$$v_{BP_{max}} = \frac{2\sigma_{yB}}{\rho_B C_B} \Rightarrow v_{BP_{max}} = 35,398 \text{ m/s} \quad (7.5.7)$$

Por questões de segurança, foi considerado que a velocidade máxima seria **34 m/s**, ou seja

$$v_{BP_{max}} = 34 \text{ m/s} \quad (7.5.8)$$

7.4.1. Ensaio de Compressão

O projeto do sistema da BPH tem uma peça com um furo de **15 mm** de diâmetro, e **475 mm** de comprimento que atravessa toda a peça, que serve para a barra projétil se deslocar uniformemente antes do impacto. O nome que foi dado a esta peça foi de “túnel da barra projétil”.

Sabendo que a barra projétil utilizada para o ensaio de compressão tem **200 mm** de comprimento, **L_{BP}** , conseguimos facilmente calcular que a distância máxima que a base que entra em contacto com a barra incidente vai percorrer no interior do túnel são **275 mm**. De seguida, a distância entre a saída do túnel e a base da barra incidente que irá sofrer o impacto são mais **10 mm**. A esta distância foi atribuída a variável **L_T** , assim sendo, sabemos que

$$L_{T_{max}} = 285 \text{ mm} \quad (7.5.9)$$

Outros dados importantes para os cálculos do projeto deste sistema, é o comprimento do provete, **L_p** , que é **5,5 mm**, e o seu diâmetro é de **10 mm**, o que nos permite facilmente calcular a sua área transversal, **A_p**

$$A_p = 78,5398 \text{ mm}^2 \quad (7.5.10)$$

Com toda esta informação, podemos então calcular a massa da barra projétil, **m_{BP}** , para de seguida calcularmos a pressão, **P** , necessária para o sistema, para atingir a taxa de deformação pretendida através da equação (7.4.7).

$$m_{BP} = \rho_B A_B L_{BP} \Rightarrow m_{BP} = 0,277 \text{ kg} \quad (7.5.11)$$

$$P = \frac{\dot{\epsilon}_p^2 L_p^2 m_{BP}}{2A_{BP}L_{BP}} \Rightarrow P = 2\,963\,553,238\,Pa \sim 2,964\,MPa \quad (7.5.12)$$

Com esta pressão aplicada no sistema, podemos então calcular a aceleração que será sofrida pela barra projétil recorrendo à equação (7.4.2)

$$a_{BP} = \frac{PA_B}{m_{BP}} \Rightarrow a_{BP} = 1890,625\,m/s^2 \quad (7.5.13)$$

Utilizando as equações do movimento de Newton

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (7.5.14)$$

$$v(t) = v_0 + at \quad (7.5.15)$$

Conseguimos calcular qual a velocidade máxima que é possível atingir durante um ensaio a pressão constante, com o valor calculado anteriormente. Tendo em conta que a barra projétil inicialmente se encontra em repouso consideramos que

$$x_0 = 0 \wedge v_0 = 0 \quad (7.5.16)$$

Em primeiro lugar calcula-se o tempo que a barra irá demorar partindo do repouso até ao instante que colide com a barra incidente

$$t = \sqrt{\frac{2L_{T_{max}}}{a_{BP}}} \Rightarrow t = 0,01736\,s \quad (7.5.17)$$

e por fim, a velocidade máxima, v_{max} , que consegue atingir num ensaio

$$v_{max} = a_{BP}t \Rightarrow v_{max} = 32,8213\,m/s \quad (7.5.18)$$

Com estes dados sabemos que a barra projétil atinge valores de velocidade seguros para a realização e obtenção de dados no ensaio.

Finalmente, iremos calcular qual o valor máximo de tensão de cedência que um provete pode apresentar, σ_{yp} , para que as barras simplesmente sofram deformação elástica, e para isso vamos recorrer à equação (6.10.18), ou seja

$$v_{max} = \frac{2}{\rho_B C_B} \left(\frac{A_p \sigma_{yp}}{A_B} + \frac{E_B L_p \dot{\epsilon}_p}{2C_B} \right) \Rightarrow \sigma_{yp} = 213\,806\,213,8\,Pa \sim 213,8\,MPa \quad (7.5.19)$$

Por questões de segurança, foi considerado o valor de **210 MPa**, ou seja

$$\sigma_{yp} = 210 \text{ MPa} \quad (7.5.20)$$

7.4.2. Ensaio de Tração

Para o ensaio de tração, o raciocínio foi o mesmo, onde mudaram apenas algumas variáveis, pois este projeto foi concebido para se realizarem dois tipos de ensaios na mesma estrutura, mudando apenas as barras de pressão e os provetes. Assim sendo, as principais estão nos comprimentos da barra projétil e do provete, a massa da barra, e a área transversal do provete, que passam a ser

$$L_{BP} = 225 \text{ mm} \quad (7.5.21)$$

$$m_{BP} = 0,312 \text{ kg} \quad (7.5.22)$$

$$L_p = 5 \text{ mm} \quad (7.5.23)$$

$$A_p = 19,635 \text{ mm}^2 \quad (7.5.24)$$

Com estes novos dados tiramos novos resultados próprios para este ensaio, como a pressão a aplicar no sistema, o percurso máximo que pode ser percorrido pela base de impacto da barra projétil, a velocidade máxima que pode ser atingida, e a tensão de cedência máxima aceite para um provete. E esses novos resultados são

$$L_{T_{max}} = 260 \text{ mm} \quad (7.5.25)$$

$$P = 2\,452\,164,865 \text{ Pa} \sim 2,452 \text{ MPa} \quad (7.5.26)$$

$$v_{max} = 26,8750 \text{ m/s} \quad (7.5.27)$$

$$\sigma_{y_{max}} = 338\,053\,389,7 \text{ Pa} \sim 338,053 \text{ MPa} \quad (7.5.28)$$

7.5. Componentes Mecânicas da Barra de Pressão de Hopkinson

Este projeto de uma BPH tem como principal objetivo a possibilidade de realizar ensaios de tração e compressão a vários tipos de materiais em ambiente académico. Para este projeto foram apenas consideradas as partes mecânicas da BPH, ou seja, não foram considerados os

sensores necessários para realizar as leituras essenciais para a obtenção de dados sobre o comportamento dos materiais durante os ensaios, no entanto, estes também serão falados nesta Dissertação.

As componentes mecânicas da BPH são o suporte do sistema de ensaio, as barras projétil, incidente e de transmissão, o suporte das próprias barras, um túnel para o deslocamento das barras projétil, dispositivo para absorver o impacto, e o provete.

7.5.1. Suporte do Sistema de Ensaio

Para a realização dos ensaios no sistema de uma BPH, este deve ser colocado numa estrutura o mais segura e nivelada possível, e para atingir estas solicitações recorre-se também a uma viga que é colocada em cima dos suportes. É na parte superior desta viga que é montado o sistema da BPH.

O comprimento escolhido para viga foi tido em conta o espaço necessário para a montagem de ambos os ensaios, mais uma pequena margem por questões de segurança. Foi escolhido uma viga d tipo W5x60 de comprimento **4 950 mm**, baseado no estudo feito por Zanettin, Young, & Hussain, 2012 (Zanettin, Young, & Hussain, 2012), e adaptado a este projeto.

Os suportes verticais, demonstrados na Figura 37, cujo material escolhido foi o aço AISI 1020.

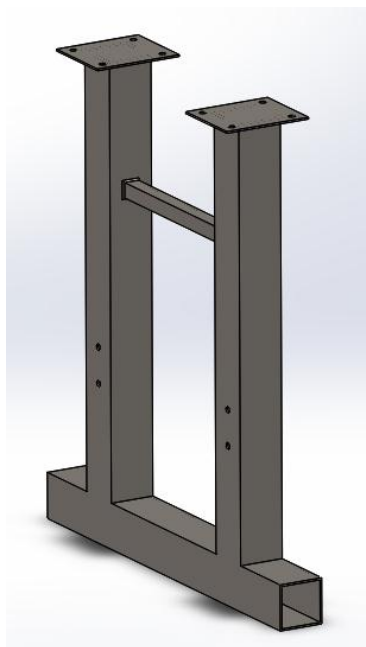


Figura 36 - Suporte Vertical (modulado no SolidWorks 2015)

Cada um dos braços verticais do suporte tem uma placa soldada no topo, para ser montada uma outra placa na horizontal que vai de um topo ao outro para ser lá colocada a viga a meio caminho. Os vários furos presentes na Figura 37 servem para aparafusar a chapa horizontal, no caso das placas superiores, e para aparafusar a barra de suporte horizontal, que é demonstrada na Figura 38, entre os suportes verticais.

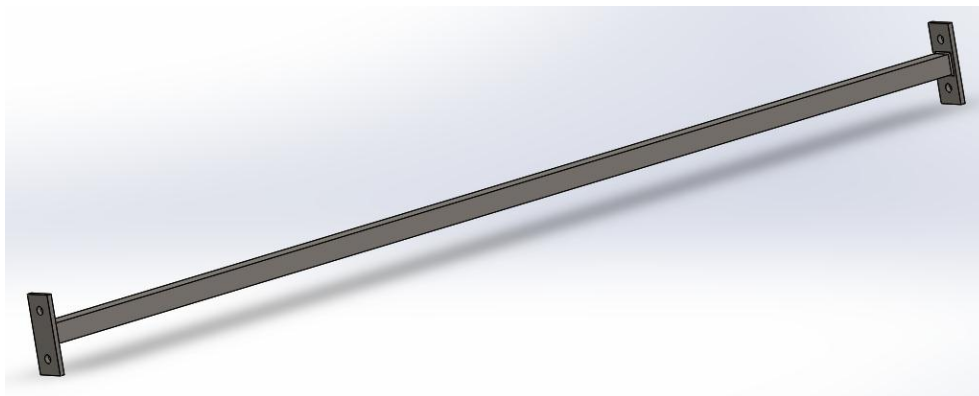


Figura 37 - Barra de Suporte Horizontal (modulado no SolidWorks 2015)

As barras de suporte horizontais têm como principal objetivo impedir que os suportes verticais se desloquem na horizontal.

7.5.2. Suportes das Barras

Os suportes das barras, que pode ser visualizado na Figura 39, foi desenhado com o principal objetivo de permitir um ajustamento tridimensional nas barras incidente e de transmissão do respetivo ensaio, e também da barra de absorção de impacto, além disso tem também como função suportar as barras com o menor atrito possível durante o ensaio para não afetar significativamente os dados obtidos durante o ensaio. Para que tal aconteça, o material escolhido para o casquilho interior foi o Teflon PTFE.

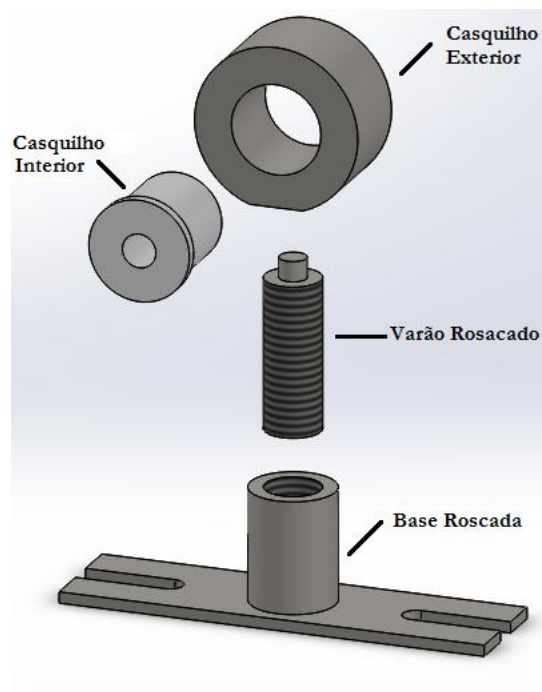


Figura 38 - Suporte das Barras (modulado no SolidWorks 2015)

À exceção do casquilho interior, o material escolhido para todas as partes pertencentes ao suporte das barras foi o aço AISI 1020.

Os suportes das barras são montados na viga com o auxílio de dois varões roscados que exercem uma força de compressão na viga através da base rosçada do suporte que é colocada na face superior da viga, e de uma barra de suporte colocada na face inferior, tal como está demonstrado na Figura 40.

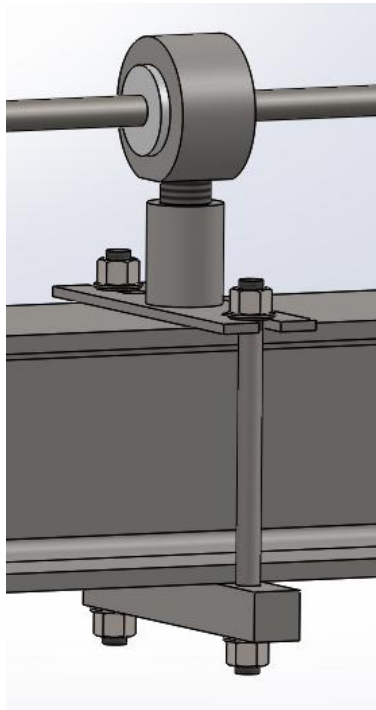


Figura 39 - Suporte de Barras montado na Viga (modelado no SolidWorks 2015)

Graças a este mecanismo de aperto, a posição do suporte pode ser alterada ao longo da barra, permitindo diferentes ajustes para diferentes ensaios, com barras de diferentes comprimentos.

7.5.3. Barra Projétil

A barra projétil tem de ser constituída por um material que lhe permita ter uma boa resistência ao impacto para que não sofra nenhuma deformação plástica durante o impacto com a barra incidente. O aço AISI 4140, segundo a AZO Materials (AZOM, 2016), é mais apropriado para impactos do que o aço normalizado AISI 4340, no entanto, no programa SolidWorks 2015 este era o material disponível com as propriedades físicas mais idênticas ao AISI 4140.

Na Tabela 3 estão apresentadas as principais características físicas do aço AISI 4140, e do aço normalizado AISI 4340.

Material	Densidade (kg/m³)	Tensão de Cedência (MPa)	Tensão de Cedência à Tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Alongamento de Ruptura (%)
AISI 4140	7850	415	655	205	25,7
AISI 4340	7850	470	745	205	22

Tabela 3 - Propriedades Físicas dos aços AISI 4140 e AISI 4340 (AZOM, 2016)

7.5.4. Barra Incidente e Barra de Transmissão

Tal como foi dito anteriormente, para que as ondas de tensão se propaguem à mesma velocidade na barra incidente, na barra de transmissão e na barra projétil, todas elas têm de ser compostas pelo mesmo material, que neste caso é o aço normalizado AISI 4340.

Além dos diferentes comprimentos, as barras incidente e de transmissão do ensaio de tração diferenciam-se das barras do ensaio de compressão por terem uma das bases com um furo roscado M10 para colocar o provete, e pelo tipo de provete que é utilizado em cada ensaio, cujos desenhos técnicos estão demonstrados nas Figuras 32 e 33.

Através dos desenhos técnicos dos respetivos provetes podemos reparar que o aspeto geométrico dos provetes é pouco semelhante. Enquanto o provete de um ensaio de compressão tem a forma de um cilindro simples, como se pode observar na Figura 41, o provete de um ensaio de tração tem uma forma um pouco mais complexa, tal como está representado na Figura 42.

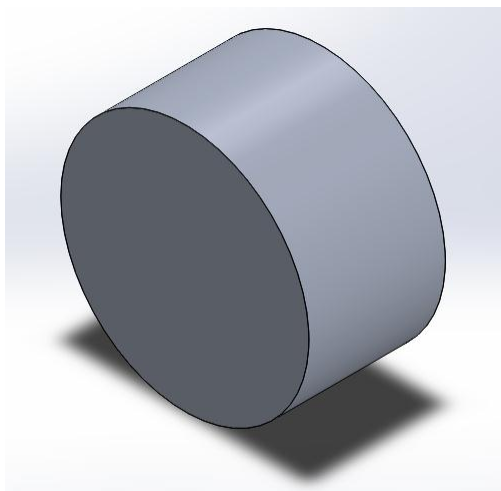


Figura 40 - Provete para Ensaio de Compressão (modulado no SolidWorks 2015)

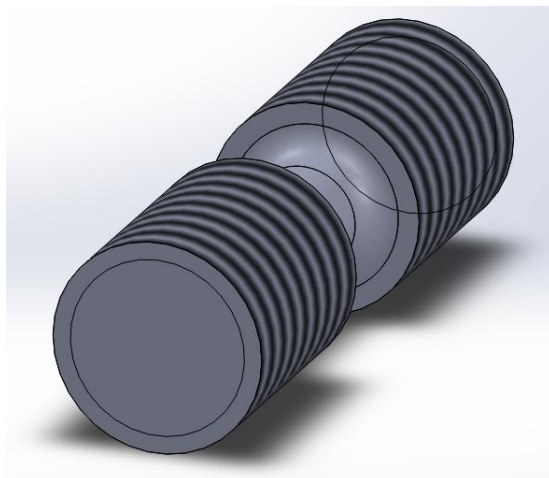


Figura 41 - Provete para Ensaio de Tração (modulado no SolidWorks 2015)

Como se pode observar na Figura 42, as pontas do provete utilizado no ensaio de tração são roscadas, para que possam ficar permanentemente em contacto com as barras incidente e de transmissão durante o ensaio, para aplicar uma força de tração na parte central do seu corpo.

7.5.5. Sistema de Pressão

O sistema de pressão é também na sua grande parte montado na parte superior da viga para as bases que sofrem o impacto das barras projétil e incidente estejam o mais centradas possível, e para que a barra projétil percorra o seu caminho o mais longitudinalmente possível à velocidade pretendida para o ensaio. O sistema de pressão deste projeto é constituído

principalmente por uma fonte de pressão, que pode ser uma garrafa de ar comprimido ou um compressor de ar, depois do ar sair da fonte passa por uma pistola de ar, Figura 43, que direciona o ar para uma câmara-de-ar, Figura 44.

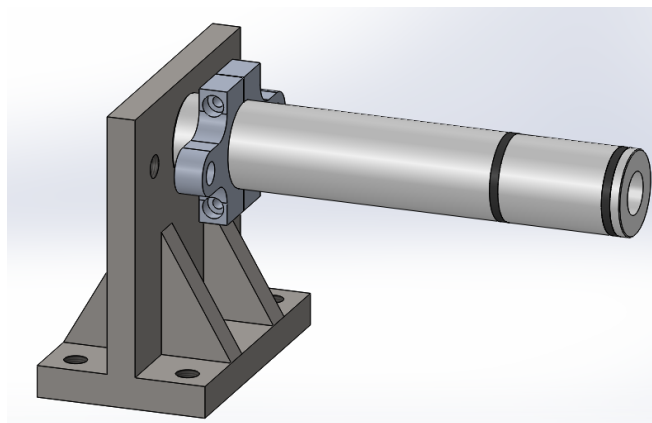


Figura 42 - Pistola de ar (modulado no SolidWorks 2015)

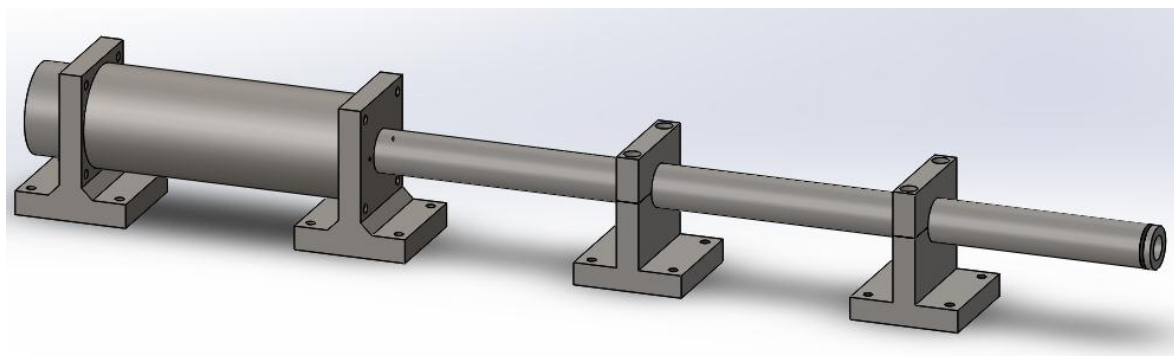


Figura 43 - Câmara-de-ar (modulado no SolidWorks 2015)

O suporte da câmara que se encontra do lado do ensaio contém dois furos que dão acesso à câmara. Cada furo tem um objetivo diferente, um deles é para se colocar um manômetro para verificar a pressão que se encontra dentro da câmara, e o outro é para colocar uma válvula de escape para o ar, no caso de a pressão se encontrar em valores superiores aqueles que se pretendem.

Recorrendo a válvulas mecânicas que possam ser colocadas no encanamento que atravessa a câmara-de-ar, o mais próximo possível do túnel da barra projétil, Figura 45, para controlar a pressão que é utilizada no ensaio. Ou seja, assim que o manômetro indicar que a

pressão que se encontra na câmara-de-ar é a pretendida, abre-se a válvula para que o ar exerça a força correta na barra projétil de modo a atingir a velocidade necessária no momento do impacto.

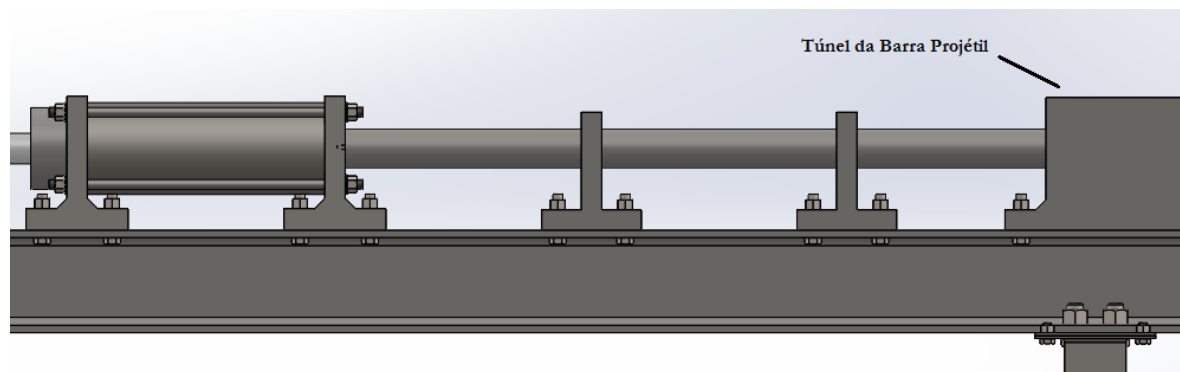


Figura 44 - Túnel da Barra Projétil (modelado no SolidWorks 2015)

O material escolhido para todos os componentes da câmara-de-ar foi o aço inoxidável AISI 304 para evitar qualquer tipo de corrosão no seu interior. As principais propriedades físicas deste material estão expostas na Tabela 4.

Material	Densidade (kg/m ³)	Tensão de Cedência (MPa)	Tensão de Cedência à Tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Alongamento de Rutura (%)
AISI 304	8000	205	515	200	40

Tabela 4 - Propriedades Físicas dos aços AISI 304 (AZOM, 2016)

O encanamento que atravessa a câmara-de-ar é também constituído por este material, e foram feitas duas aberturas na extremidade do encanamento que se encontra no interior da câmara para permitir que o gás pressurizado possa ser transferido até à barra projétil.

A câmara-de-ar, que encontra demonstrada na sua totalidade na Figura 45, é composta por quatro partes: os dois suportes, que funcionam também como tampas, um encanamento que transfere o ar comprimido até à barra projétil, e a parede cilíndrica. Na Figura 46 é possível observar como é o interior da câmara.

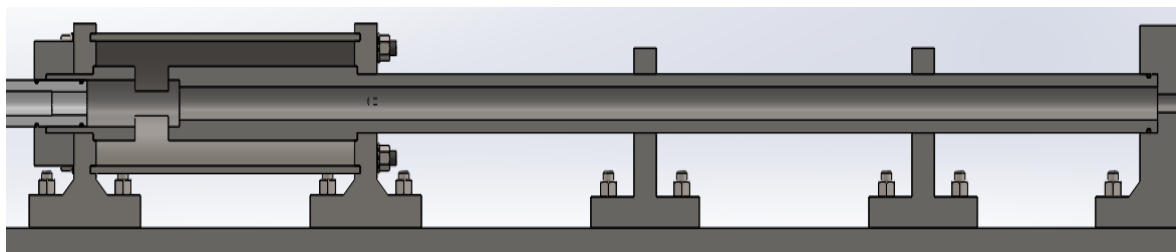


Figura 45 - Câmara-de-ar vista com um corte de secção (modulado no SolidWorks 2015)

Os dois suportes têm dois objetivos, em que o primeiro, tal como o nome indica, é suportar o encanamento da pistola de ar e a parede cilíndrica de maneira a que fiquem firmes naquela posição durante o ensaio, e o segundo é conter a pressão e o ar dentro daquele espaço, funcionando como uma tampa. Para estas duas peças o material escolhido foi o aço AISI 1020.

A parede cilíndrica tem esta forma para poder conservar a pressão que se encontra no seu interior. A espessura da parede, t_c , deve ser calculada utilizando uma equação simplificada para recipientes cilíndricos pressurizados da ASME (Carson Sr., Chuse, & Ellenberger, 2004).

$$t_c = \frac{PR}{SJ - 0,6P} \quad (8.2.1)$$

Esta equação é válida quando a espessura da parede é inferior a metade do raio interno da parede, R , ou quando a pressão no interior da câmara, P , é inferior a $0,385SJ$ (Carson Sr., Chuse, & Ellenberger, 2004). A eficiência da junta, J , tem o valor de **1** tendo em conta que não foi feita nenhuma soldadura na parede cilíndrica, e segundo a ASME a tensão admissível, S , tem o valor de **95 MPa**.

O resultado obtido nesta equação para as equações pretendidas nestes ensaios deu uma espessura de **1,615 mm**, mas uma vez que este projeto é baseado num estudo da Universidade de Windsor (Young, 2015), foi utilizada a espessura de **6,35 mm**, o que permite que seja utilizada uma pressão máxima de aproximadamente **11 MPa** no interior da câmara-de-ar.

~~A espessura dos suportes, t_{ec} , também foi calculada recorrendo a uma outra equação simplificada para recipientes cilíndricos pressurizados da ASME (Carson Sr., Chuse, & Ellenberger, 2004).~~

$$t_{ec} = d \sqrt{\frac{CP}{SJ}} \quad (8.2.2)$$

Nesta equação o significado da variável ***d*** é o diâmetro medido como está indicado na Figura PG-31 da ASME (Boiler & Presser Vessel Code, 2011) cujo valor é de **141 mm**, e ***C*** é o fator dependente do método de fixação tal como está indicado no PG-31.4 da ASME (Boiler & Presser Vessel Code, 2011) cujo valor é **0,30**. Com estes dados e aplicando esta última equação o valor obtido para a espessura do suporte é de **13,64 mm**, no entanto, a espessura utilizada neste projeto será de **25,4 mm** pelos mesmos motivos que foram referidos para a espessura da parede cilíndrica.

A pistola de ar, que é possível observar na Figura 47 já montada, é constituída por um pequeno encanamento de Teflon, um suporte, um colar para manter o encanamento imóvel durante o ensaio, e dois o-rings para evitar fugas de ar.

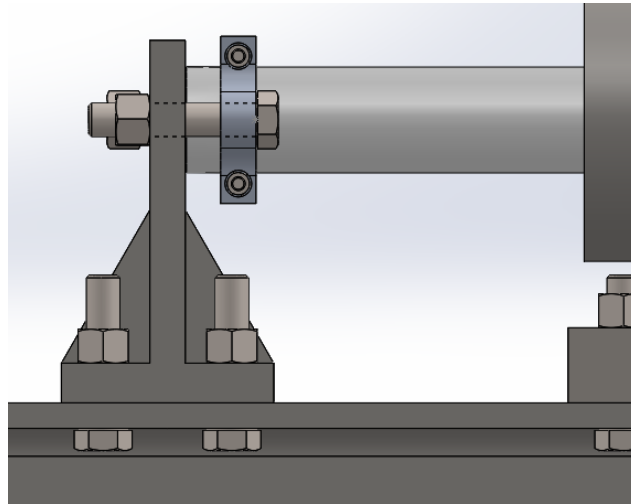


Figura 46 - Pistola de Ar montada (modulado no SolidWorks 2015)

O dimensionamento do encanamento de Teflon é na medida exata do encanamento da câmara-de-ar para evitar fugas de ar, e para isso recorre também a dois o-rings para que seja possível manter a pressão pretendida no interior da câmara.

7.5.6. Sistema de Absorção de Impacto

O propósito deste sistema, tal como o nome indica, é absorver a energia transmitida no impacto entre a barra de transmissão e a barra de absorção, de modo a travar o movimento da barra de transmissão, dissipando a energia cinética de uma forma controlada. Esta dissipação de energia acontece no momento de impacto entre a barra de transmissão e a barra de absorção de impacto, ou seja, quando a barra de transmissão entra em contacto com a barra de absorção, existe uma transferência de energia cinética que se transforma em calor através da fricção que ocorre no contacto entre a barra de absorção o bloco de borracha e o suporte da barra de absorção.

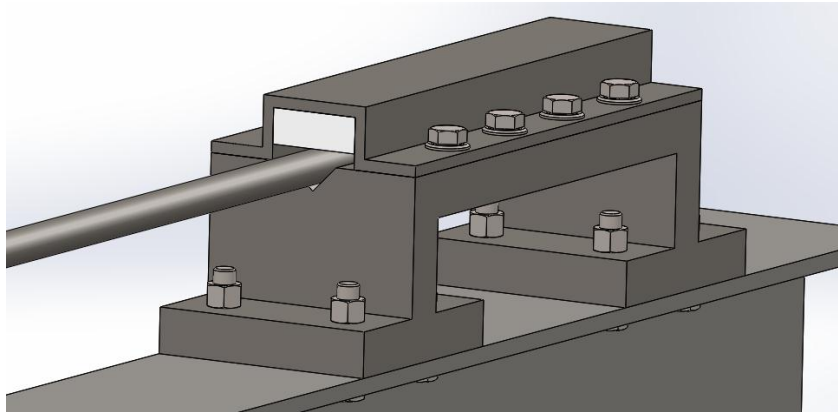


Figura 47 – Conceptualização do Sistema de Absorção de Impacto (modulado no SolidWorks 2015)

O suporte da barra contém um corte em V que se estende na maior parte da superfície da base, e contém também uns furos na sua superfície, tal como se pode observar na Figura 49.

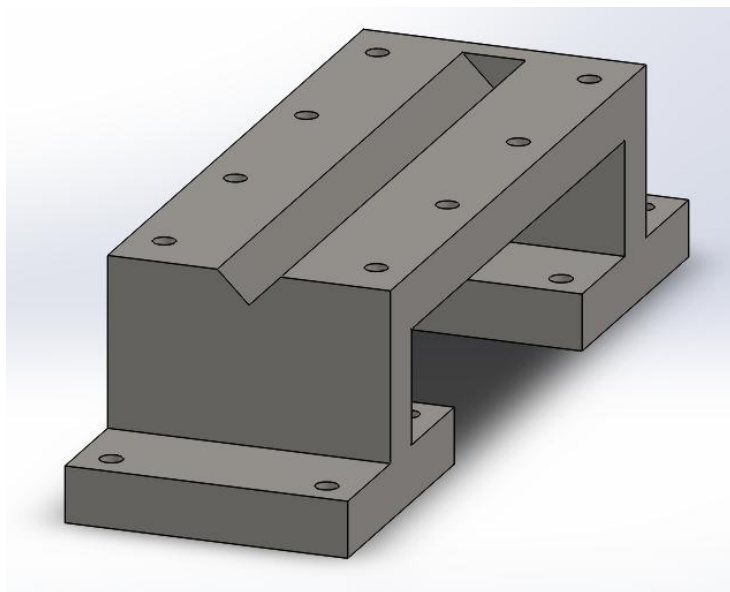


Figura 48 - Base do Sistema de Absorção de Impacto (modulado no SolidWorks 2015)

O corte em V serve para colocar a barra de absorção, e a razão de não apanhar a superfície na sua totalidade é para parar o movimento da barra no caso do impacto entre a barra de transmissão e a barra de absorção transmitir demasiada energia cinética, e a fricção entre a barra de absorção e o bloco de borracha não for o suficiente para dissipar essa energia. Os furos têm como objetivo ajudar a criar uma força de compressão entre a barra de absorção e o bloco de borracha apertando a cobertura do suporte contra a superfície do suporte.

As barras de absorção são feitas do mesmo material que as outras barras do ensaio, para que a impedância mecânica seja idêntica, e haja a maior transferência de energia possível no momento do impacto com a barra de transmissão. O material escolhido para o bloco de borracha foi o SBR, e o material escolhido para a base e para a cobertura foi o AISI 1020.

7.6. Introdução à Escolha dos Instrumentos de Leitura

Os instrumentos de leitura são necessários para ser possível fazer uma caracterização do material durante um ensaio. No caso dos ensaios realizados numa BPH os instrumentos de leitura obtêm informação das ondas de tensão que se propagam ao longo da barra incidente e de transmissão durante o ensaio, da velocidade da barra projétil e da pressão no interior da câmara-de-ar. Diferentes velocidades adquiridas pela barra projétil significam diferentes taxas de

deformação sofridas pelo provete, que podem ser medidas através de extensómetros que são colocados nas barras incidente e de transmissão. Com estes dados, as tensões e as taxas de deformação sofridas pelo provete podem ser determinadas depois de se processar os dados obtidos pelos extensómetros.

7.6.1. Extensómetros

Com a propagação unidimensional das ondas de tensão ao longo das barras, a tensão sentida à superfície das barras é a mesma que é sentida no centro das mesma, e utilizando extensómetros na superfície das barras é possível medir a amplitude das ondas de tensão. Os extensómetros podem ser fixos em pares ligados por uma ponte de Wheatstone na superfície das barras com cola epoxy para fazerem a leitura.

Para as barras incidente e de transmissão utilizadas nos ensaios de compressão, os extensómetros devem ser colocados no meio das barras, ou seja, o centro dos extensómetros deve ser colocado a **400 mm** de uma das extremidades. No caso das barras utilizadas para os ensaios de tração já difere um pouco. Na barra de transmissão, os extensómetros devem ser na mesma colocados no meio da barra, neste caso a **225 mm** de uma das extremidades, e na barra incidente deve ser colocado uma distância equivalente a $\frac{1}{5}$ do seu comprimento total da base que se encontra em contacto com o provete, que neste caso são **180 mm**. Estas distâncias certamente são maiores que o comprimento de onda das ondas de tensão, o que nos dá a certeza que as ondas refletidas não se sobrepõe às ondas que são incididas nas barras, permitindo assim uma obtenção de dados fiável durante o ensaio.

O arranjo de extensómetros em par quando são ligados a uma ponte de Wheatstone, tal como está indicado na Figura 50, compensam deformação de flexão que as barras possam sofrer e duplica a quantidade de informação que é retirada dos extensómetros.

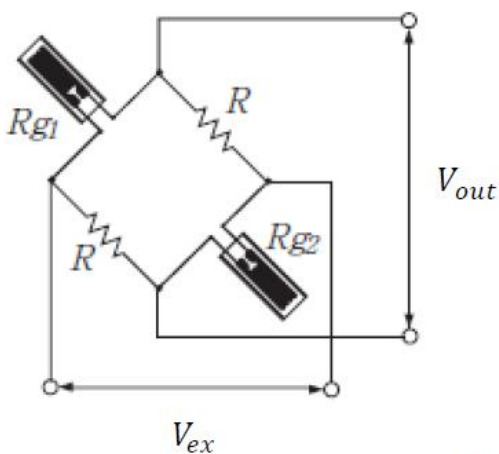


Figura 49 - Dois Extensómetros ligados a uma Ponte de Wheatstone (Young, 2015)

Com esta configuração, as ddp medidas pelos extensómetros podem ser convertidas em deformação através da equação

$$\varepsilon = \frac{2V_{out}}{V_{ex}GF} \quad (8.3.1)$$

Nesta equação as variáveis V_{out} e V_{ex} representam as ddp, e a variável GF representa o fator de bitola dos extensómetros.

8. Conclusões e Recomendações

O desenvolvimento de um projeto de um sistema de uma BPH que permitisse realizar ensaios dinâmicos experimentais em ambiente académico, foi uma das principais motivações para a realização desta Dissertação de Mestrado, além da possibilidade de adquirir conhecimento sobre a deformação dos materiais perante diferentes taxas de deformação. É importante que durante a formação dos Cadetes da classe EN-MEC lhes seja transmitido que os materiais têm comportamentos diferentes perante taxas de deformação diferentes, e por isso é essencial dispor uma instalação de um sistema experimental que permita realizar ensaios com qualidade sem que seja necessário fazer um grande investimento, tal como é o caso do sistema da BPH que já foi comprovado que fornece resultados bastante fiáveis, e que tem um elevado potencial de desenvolvimento.

À medida que foi recolhida informação sobre a BPH, foi possível verificar que este sistema envolve muitas outras áreas além da ciência dos materiais, como a mecânica, a eletrónica e a programação, o que permite a quem trabalhe com este sistema possa enriquecer o seu conhecimento e experiência nestas áreas, para mais tarde poder aplicar noutros projetos.

A primeira parte deste projeto foi dedicada a estudar a teoria e a história que se encontra por detrás deste sistema. O sistema de uma BPH hoje em dia é um sistema de utilização bastante simples, que sofreu várias alterações desde os seus primórdios até aos dias de hoje, e que tem um desenvolvimento matemático e físico complexo até se chegar às três equações que nos fornecem todas as informações que necessitamos para estudar o comportamento de um material durante um ensaio dinâmico, sujeito a elevadas taxas de deformação. Ou seja, nesta parte foi desenvolvida e explicada a teoria da propagação de ondas de tensão em barras cilíndricas, para haver uma compreensão sobre a obtenção dos dados.

A segunda parte foi devota ao estudo da mecânica do sistema, pois tal como foi demonstrado ao longo do trabalho, existem muitos fatores a ter em conta, como a velocidade máxima da barra projétil, o tipo de adaptação a fazer de um ensaio de compressão para um de tração no mesmo dispositivo de BPH, o tipo de provete a utilizar durante os ensaios e o sistema de pressão. Nesta parte concluiu-se que a melhor adaptação, e a mais simples era o método do

anel de compressão que permite fazer um bypass da onda de tensão sem que esta passe inicialmente pelo provete, evitando que seja aplicada uma força de compressão no mesmo.

A terceira parte foi dedicada à construção do projeto de um sistema de ensaios dinâmicos do tipo de BPH, ou seja, as dimensões do sistema, os valores que se pretendem atingir numa taxa de deformação, o tipo de material a ser utilizado, encontrar uma solução para que ser possível realizar dois tipos de ensaios diferentes na mesma estrutura, permitindo alguma versatilidade ao sistema, daí ter sido projetado de forma modular, em que basta mudar as barras de pressão, e ajustar os suportes das mesmas para se realizarem os dois tipos de ensaios.

Tendo em conta que não foi feita a construção de um sistema de uma BPH, este projeto deve ser utilizado no futuro para criar um sistema mais eficaz para que seja possível realizar ensaios de tração e compressão com a maior eficiência possível. E talvez até no futuro, aproveitar este sistema para criar um programa de simulação de ensaios dinâmicos com taxas de deformação equivalentes à deste projeto, e que o programa possa ser calibrado tendo em conta os dados obtidos durante um ensaio real. Este projeto se for mais desenvolvido no futuro, irá permitir a quem trabalhe nele desenvolver os seus conhecimentos na programação, não só na parte da simulação, mas também na colocação e calibração dos extensómetros, na parte da eletrónica no que diz respeito à ampliação de sinal que é necessária fazer aos sinais que são recebidos pelos extensómetros. Na ciência dos materiais, se este sistema for contruído permitirá que no futuro se possam desenvolver trabalhos académicos sobre vários materiais que sejam colocados em estudo para que sejam adquiridos o máximo de conhecimentos possível.

Este trabalho permitiu-me adquirir conhecimentos sobre a propagação das ondas de tensão numa barra cilíndrica, e que o efeito de diferentes taxas de deformação num material pode provocar comportamentos bastante distintos. Este trabalho pode ser utilizado para futuras Dissertações, pois existe uma versatilidade de ramos que podem ser explorados e desenvolvidos num sistema de uma BPH, que já foram referidos anteriormente.

Com este trabalho pude concluir que a BPH é um excelente sistema de ensaios de mecânicos, tal como os ensaios de tração e de compressão, e tem uma capacidade de aplicar elevadas taxas de deformação nos provetes durante os ensaios. Foi possível também demonstrar que utilizando apenas uma única estrutura é possível realizar dois tipos de ensaios diferentes com

uma BPH, e tendo em conta estes últimos dois pontos criou-se um projeto preliminar por forma a promover a construção de um sistema de uma BPH que não excedesse os **5m** de comprimento.

9. Bibliografia

- (6 de Janeiro de 2016). Obtido de Engenharia Aeronáutica: <http://www.aer.ita.br/conteudo/fotos-laborat-rio-estruturas>
- (6 de Janeiro de 2016). Obtido de Norwegian University of Science and Technology: <https://www.ntnu.edu/simlab/split-hopkinson-pressure-bar>
- (12 de Março de 2016). Obtido de Mathalino: <http://www.mathalino.com/reviewer/mechanics-and-strength-of-materials/stress-strain-diagram>
- (8 de Agosto de 2016). Obtido de AZOM: <http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6772>
- Achenbach, J. D. (1993). *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland.
- ASMI, & Han, P. (1992). *Tensile Testing*. Materials Park, OH 44073-0002.
- Bancroft, D. (1941). *The velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars*. Physical Review, Vol. 59.
- Berger-Pelletier, H. (2013). *Modelling Of The Split Hopkinson Pressure Bars - Adaptation of a compression apparatus into tension*. Quebec: Dissertação de Mestrado apresentada na Faculté Des Sciences Et De Génie Université Laval.
- Boiler & Presser Vessel Code*. (2011). ASME.
- Carson Sr., B., Chuse, R., & Ellenberger, J. (2004). *Pressure Vessels The ASME Code Simplified*. New York: McGraw Hill.
- Chen, W., & Song, B. (2011). *Split Hopkinson (Kolsky) Bar Design, Testing and Applications*. New York: Springer.
- Chree, C. (1889). *The equations of an isotropic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications*. Cambridge Philosophical Society.
- Davies, R. (1956). *Stress waves in solids*. British Journal of Applied Physics.
- Davies, R. M. (1948). *A critical study of the Hopkinson pressure bar*.
- Dyab, M., Matin, P., & Jin, Y. (2013). *Providing Learning Opportunities by Designing a Split Hopkinson Pressure Bar*. American Society for Engineering Education.
- Eskandari, H., & Nemes, J. (2000). *Dynamic Testing of Composite Laminates with a Tensile Split Hopkinson Bar*. Journal of Composite Materials.
- Ferreira, F. J. (2003). *Análise do Comportamento Dinâmico de Componentes Estruturais sob Solicitações Generalizadas*. Porto: Tese de Doutorado apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Follansbee, P. (1985). *High Strain Rate Compression Testing*. American Society for Metals.

- Galilei, G. (1638). *Discorsi e Dimonstrazioni Matematiche intorno due Nuove Scienze, Mecanica e Movimenti Locali*.
- Gallina, F., Birch, R., & Alves, M. (2003). *Design of a Split Hopkinson Pressure Bar*. Brazil: The 18th Brazilian Congress of Mechanical Engineering.
- Gary, G. (1997). *Experimental study of the dynamic behaviour of materials. Elementary presentation of the SHPB technique*. Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau.
- Graff, K. F. (1991). *Wave Motion in Elastic Solids*. New York: Dover Publications, INC.
- Haugou, G., Markiewicz, E., & Fabis, J. (2006). *On the use of the non direct tensile loading on a classical split Hopkinson bar apparatus dedicated to sheet metal specimen characterization*. International Journal of Impact Engineering.
- Hopkinson, B. (1905). *The effects of momentary stresses in metals*. Manchester.
- Hopkinson, B. (1914). *A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets*. London.
- Hopkinson, J. (1872). *On the rupture of iron wire by a blow*. Manchester.
- Kolsky, H. (1949). *An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading*.
- Kraft, J., Sullivan, A., & Tipper, C. (1954). *The Effect of Static and Dynamic Loading and Temperature on the Yield Stress of Iron and Mild Steel in Compression*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences.
- Lindholm, U., & Yeakley, L. (1967). *A dynamic biaxial testing machine*. Proc. Soc. Exper. Stress Anal., Vol. 24.
- Marci, M. (1648). *De Proportione Motus*.
- Nicholas, T. (1981). *Tensile Testing of Materials at High Rates of Strain*.
- Pinto, J. M. (2009). *Avaliação do Comportamento Mecânico de Blindagens Balísticas*. Lisboa: Dissertação de Mestrado apresentada no Instituto Superior Técnico.
- Pochhammer, L. (1876). *Über die fortplanzungsgeschwindigkeiten schwingungen in einem*. J. fTür die reine angewandte Mathematik.
- Ross, A. (2009). *A Rudimentary History of Dynamics*. Trondheim: Norwegian Marine Technology Research Institute.
- Sharpe, J. W. (2008). *Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics*. New York: Springer.
- Split Hopkinson Pressure Bar Apparatus - An Historic Mechanical Engineering Landmark*. (2006). San Antonio, Texas: Southwest Research Institute.

- Volterra, E. (1948). *Alcuni risultati di prove dinamiche sui materiali*.
- W. R., O., & W. Ramberg. (1943). *Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters*. Washington DC: National Bureau of Standards.
- Walley, S. (s.d.). *A history of Hopkinson bars in Europe*. Cambridge: University of Cambridge.
- Young, K. (2015). *Development of a Tensile Split Hopkinson Pressure Bar Testing Facility*. Windsor: Dissertação de Mestrado apresentada na University of Windsor.
- Zanettin, L., Young, K., & Hussain, A. (2012). *Split Bar Apparatus for High Rate Material Mechanical Behaviour Assessment*. Windsor: University of Windsor.

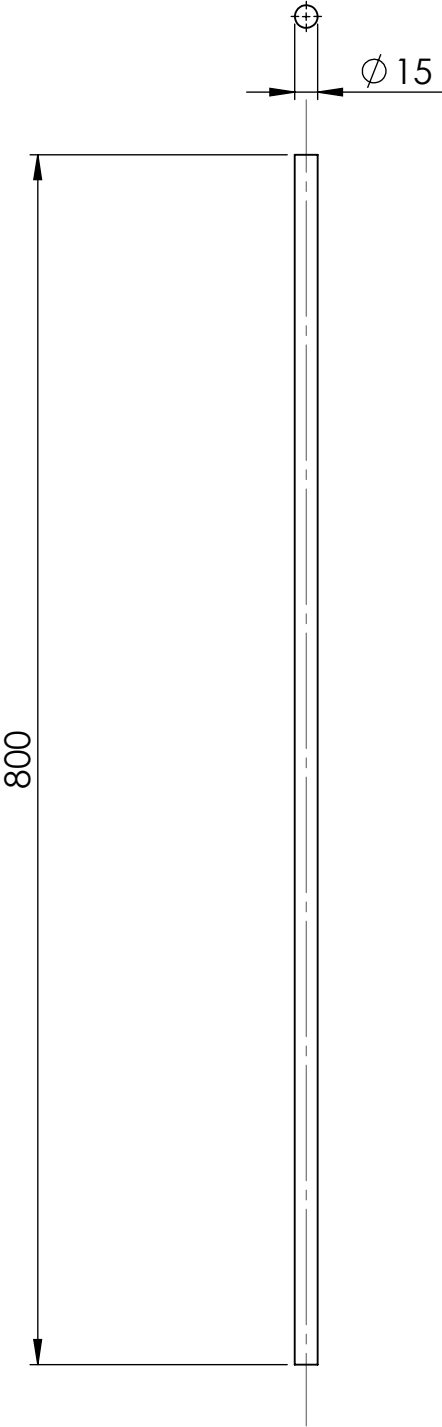
10. Apêndices

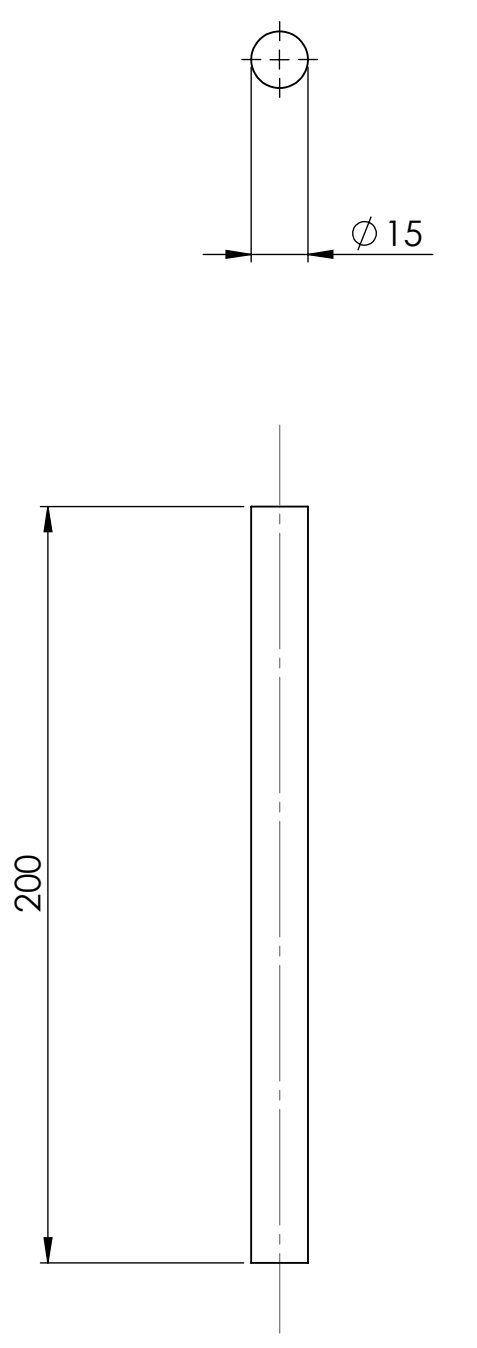
10.1. Apêndice A – Desenhos de Projeto

Índice de Desenhos Técnicos

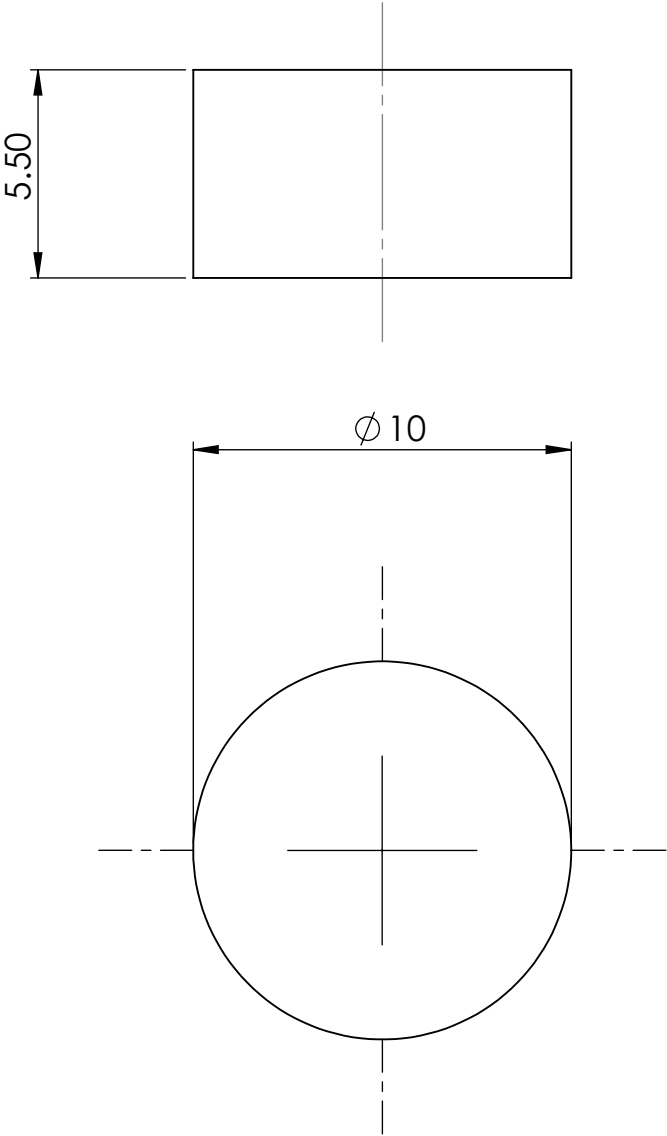
Barra Incidente e de Transmissão para Ensaios de Compressão.....	01.26610.16
Barra Projétil para Ensaios de Compressão.....	02.26610.16
Provete para Ensaios de Compressão.....	03.26610.16
Anel de Compressão.....	04.26610.16
Barra de Transmissão para Ensaios de Tração.....	05.26610.16
Barra Incidente para Ensaios de Tração.....	06.26610.16
Barra Projétil para Ensaios de Tração.....	07.26610.16
Provete para Ensaios de Tração.....	08.26610.16
Suporte da Válvula de Ar.....	09.26610.16
Válvula de Ar.....	10.26610.16
O-Ring da Válvula de Ar.....	11.26610.16
Fixador da Válvula de Ar.....	12.26610.16
Câmara-de-Ar.....	13.26610.16
Encanamento da Câmara-de-Ar.....	14.26610.16
Porca do Encanamento da Câmara-de-Ar.....	15.26610.16
Base de Suporte Frontal do Encanamento da Câmara-de-Ar.....	16.26610.16
Topo do Suporte Frontal do Encanamento da Câmara-de-Ar.....	17.26610.16

Suporte Traseiro do Encanamento da Câmara-de-Ar.....	18.26610.16
Barra de Absorção para Ensaios de Compressão.....	19.26610.16
Barra de Absorção para Ensaios de Tração.....	20.26610.16
Base do Sistema de Absorção de Impacto.....	21.26610.16
Bloco de Borracha.....	22.26610.16
Túnel da Barra Projétil.....	23.26610.16
Placa de Apoio para a Viga.....	24.26610.16
Suporte Horizontal.....	25.26610.16
Varão Roscado.....	26.26610.16
Casquilho Interior da Barra de Absorção de Impacto.....	27.26610.16
Base do Suporte das Barras.....	28.26610.16
Barra de Suporte.....	29.26610.16
Casquilho Exterior para o Suporte das Barras.....	30.26610.16
Casquilho Interior para as Barras Incidente e de Transmissão.....	31.26610.16
O-Ring da Câmara-de-Ar.....	32.26610.16
Suporte Vertical.....	33.26610.16
Tampa do Sistema de Absorção de Impacto.....	34.26610.16
Viga.....	35.26610.16

Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				
<div></div>				
	1:5	Barra Incidente e Barra de Transmissão para Ensaios de Compressão	01.26610.16	
NP 265 Médio				

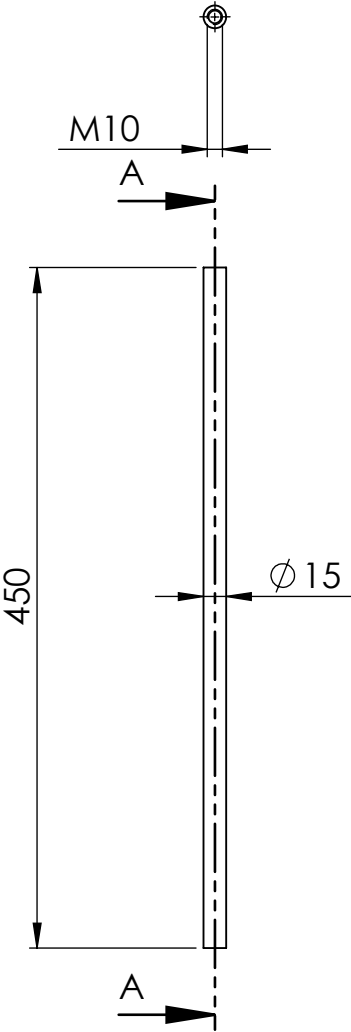
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				
<div></div>				
	1:2	Barra Projétil para Ensaios de Compressão	02.26610.16	
	NP 265			
	Médio			

Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



	5:1	Provete para Ensaio de Compressão	03.26610.16			
	NP 265 Médio					

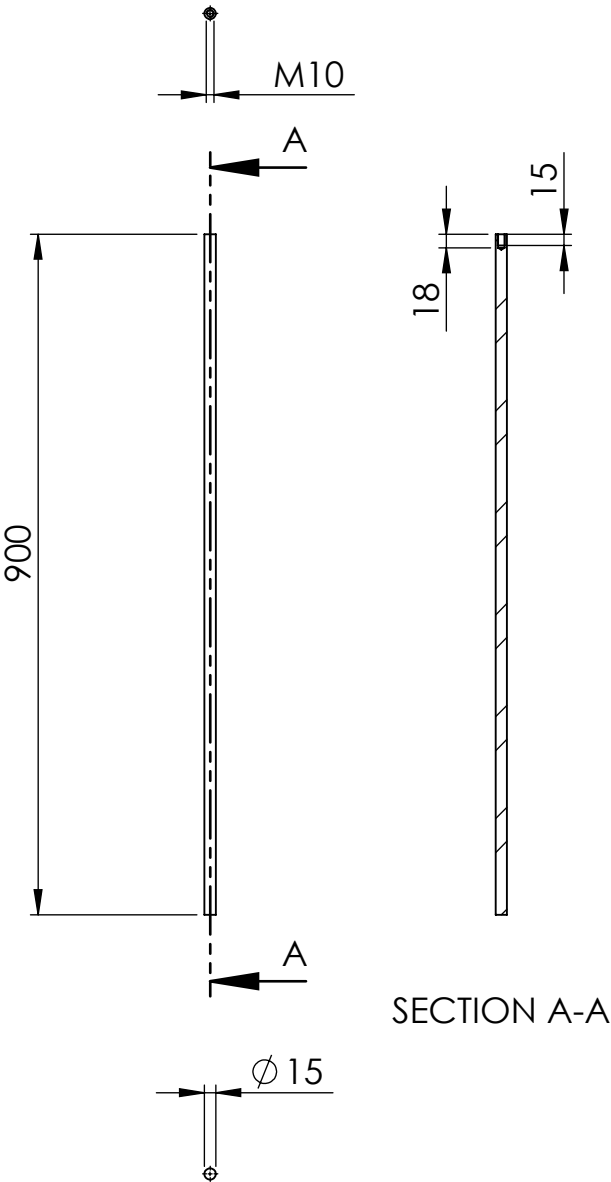
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



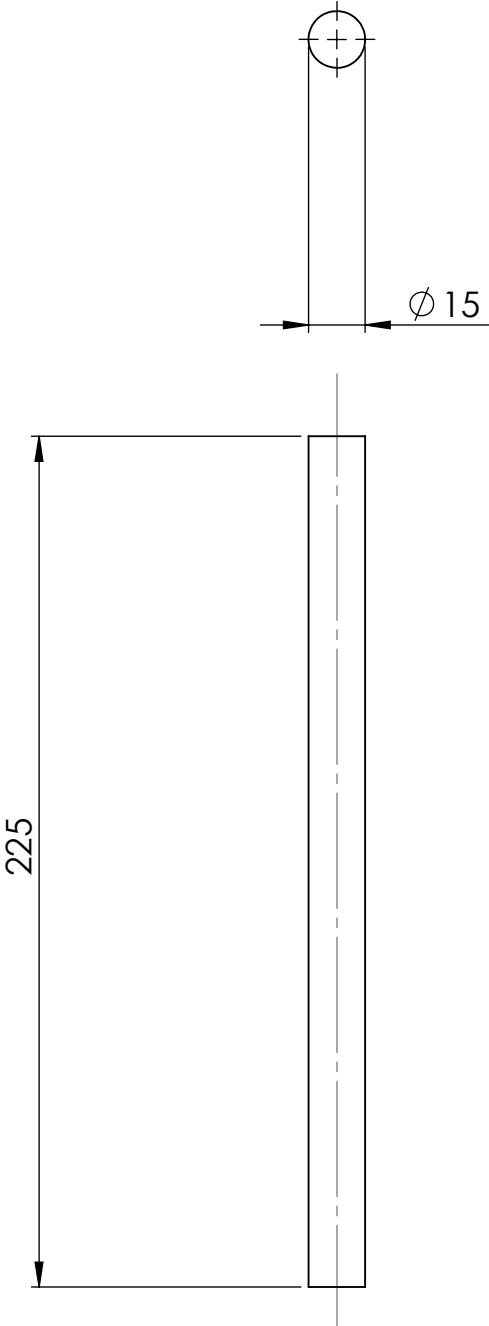
SECTION A-A

	1:5	Barra de Transmissão para Ensaio de Tração	05.26610.16					
	NP 265 Médio							

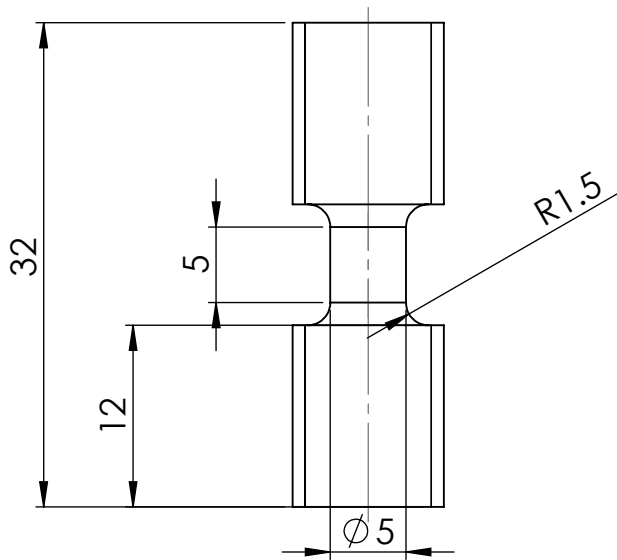
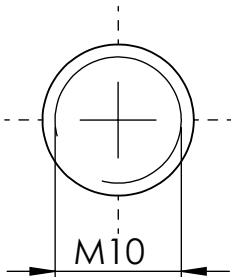
Proj.				Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



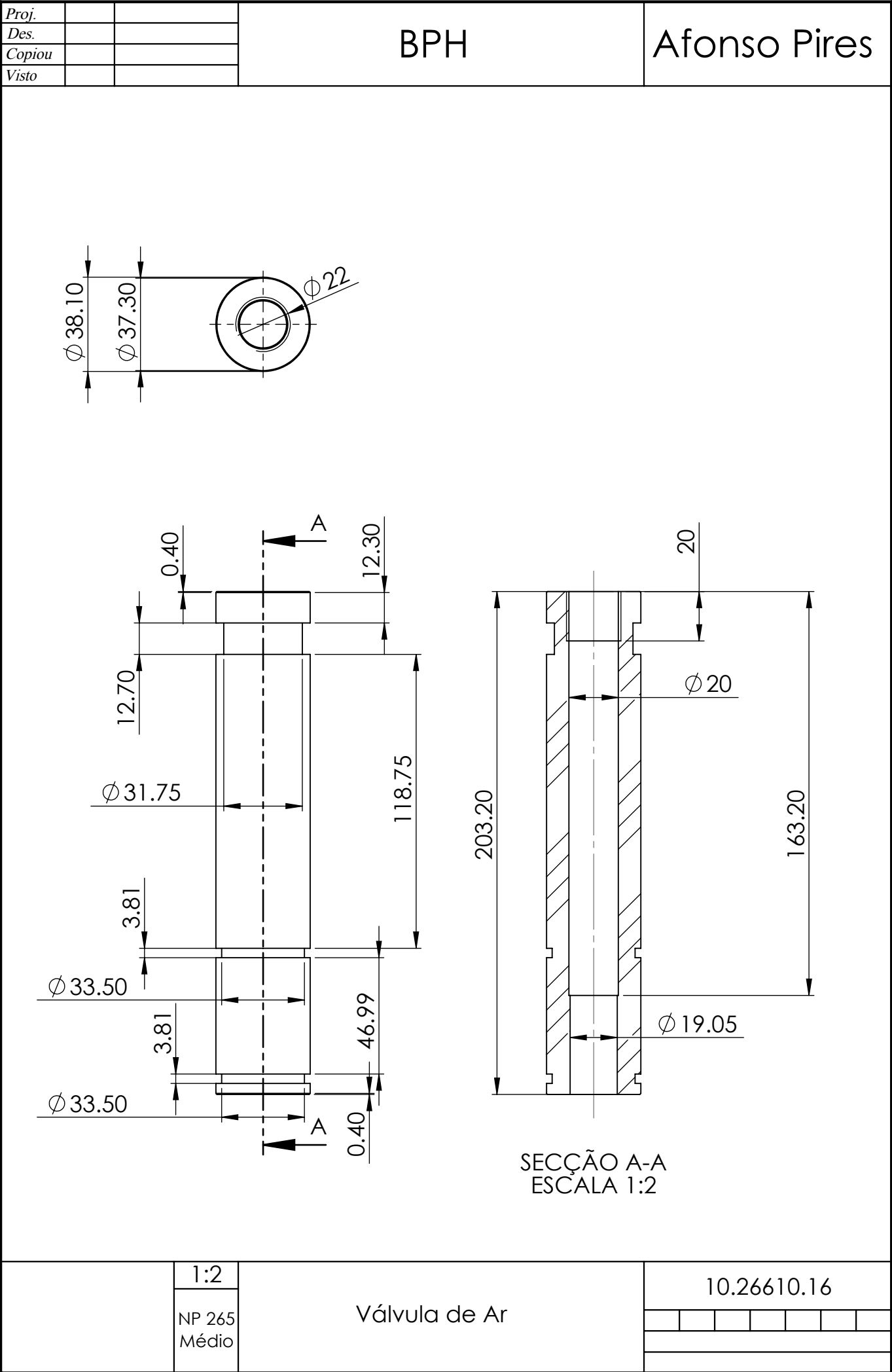
	1:10	Barra Incidente para Ensaio de Tração	06.26610.16				

Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				
<div></div>				
		1:2	Barra Projétil para Ensaios de Tração	07.26610.16
		NP 265 Médio		

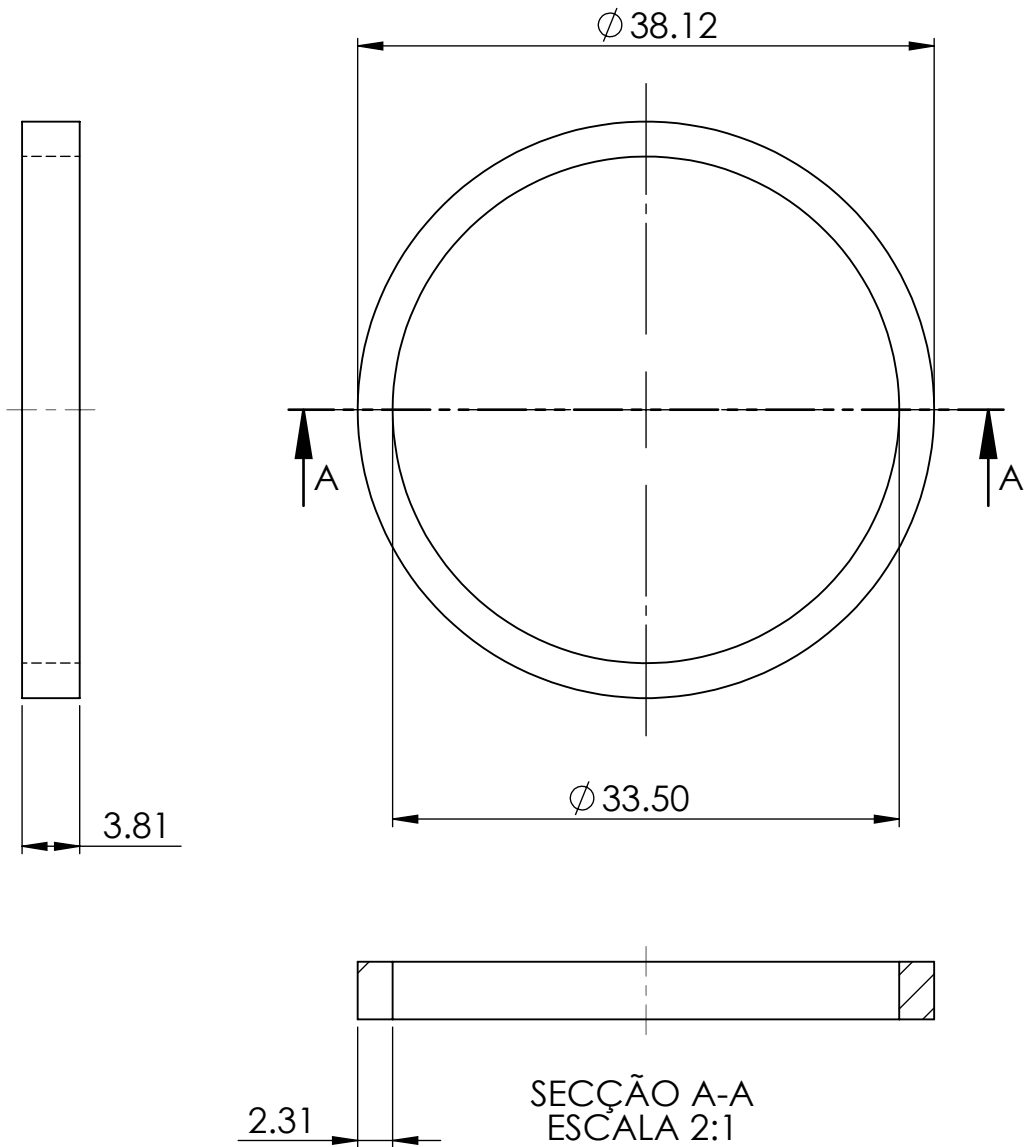
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



	2:1	Provete para Ensaio de Tração	08.26610.16					
	NP 265 Médio							

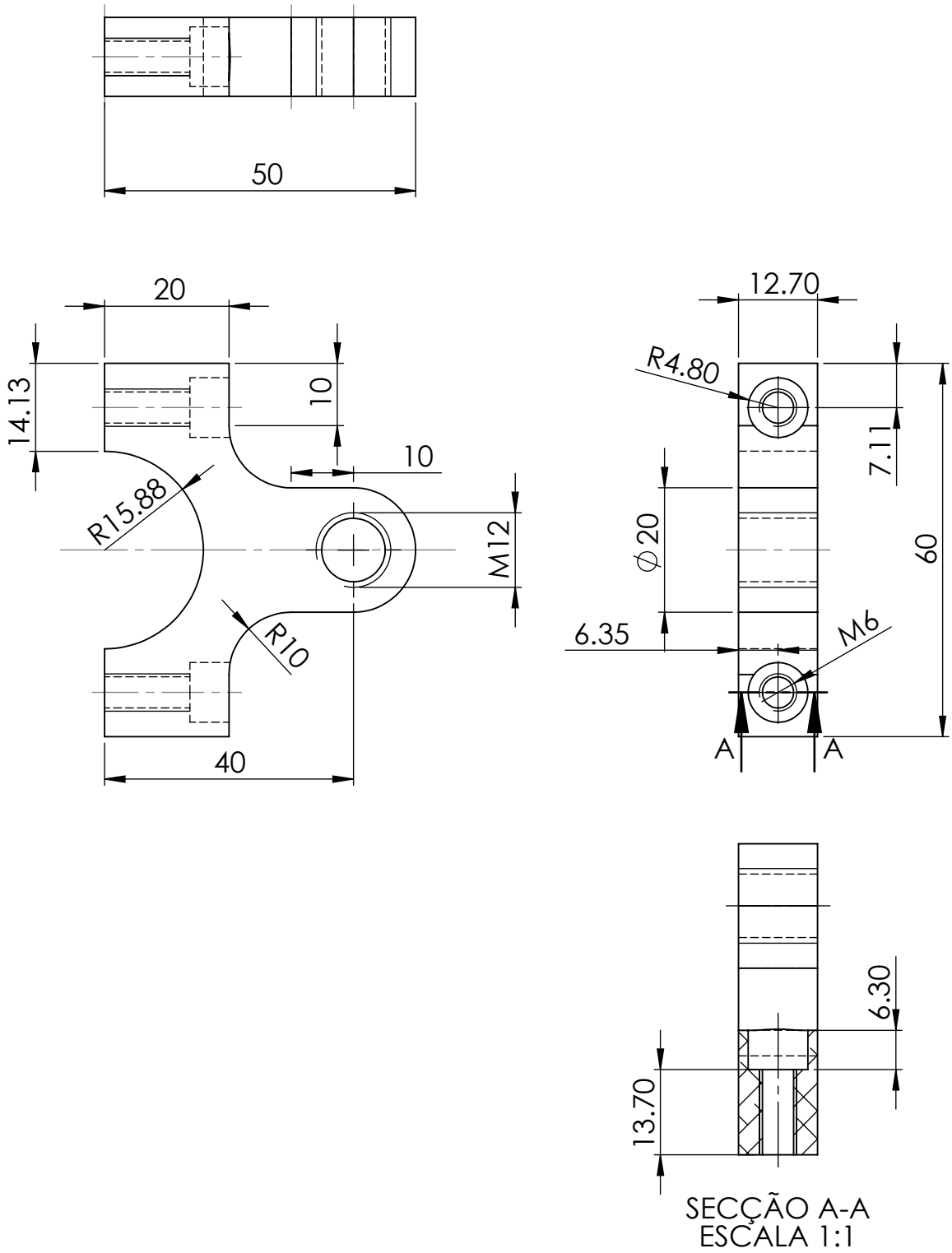


Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				

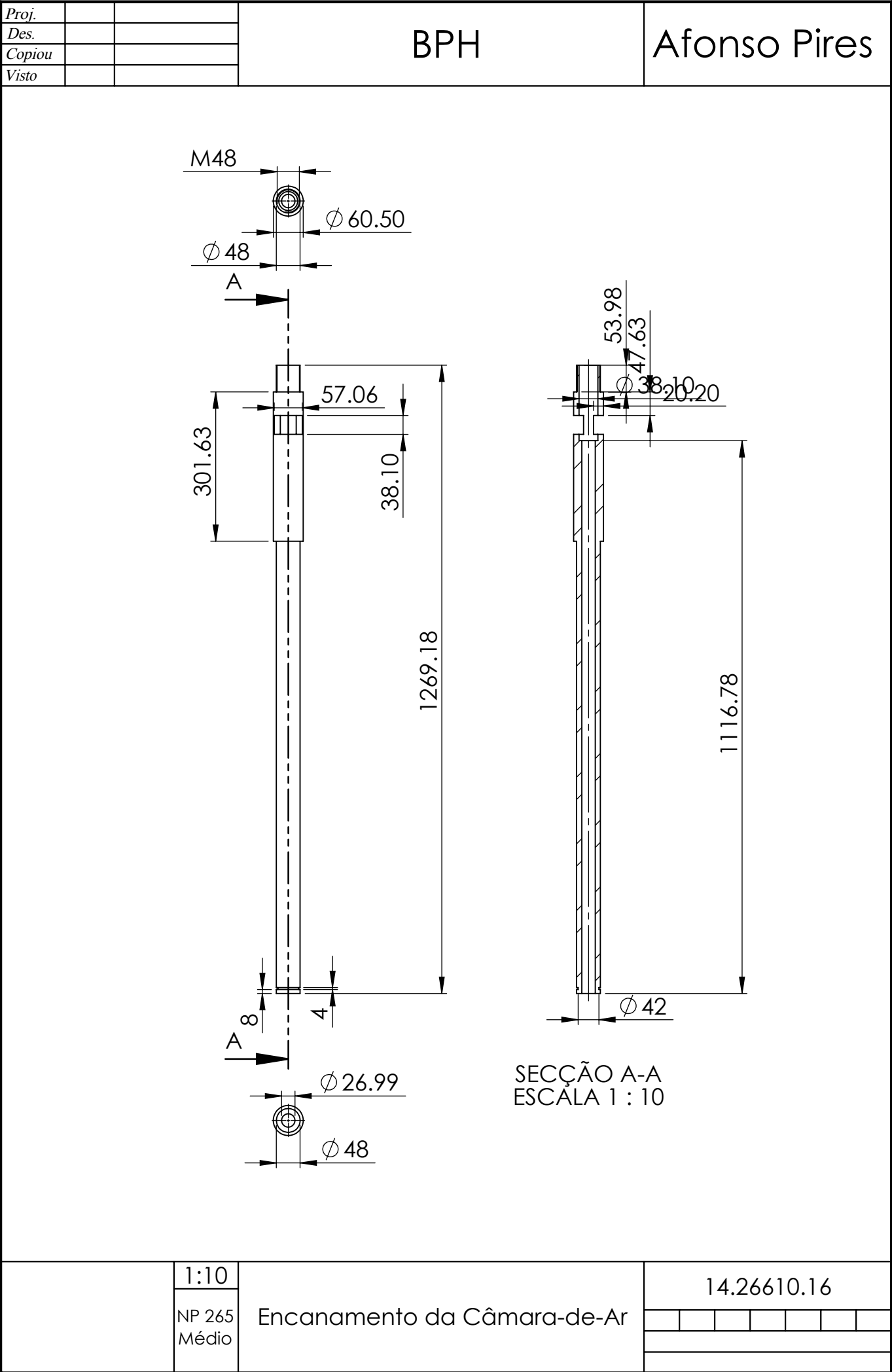


	2:1	O-Ring da Válvula de Ar	11.26610.16				
	NP 265 Médio						

Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



	1:1	Fixador da Válvula de Ar	12.26610.16					
	NP 265 Médio							

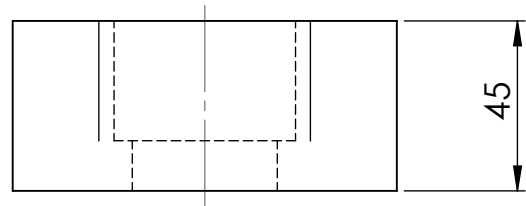
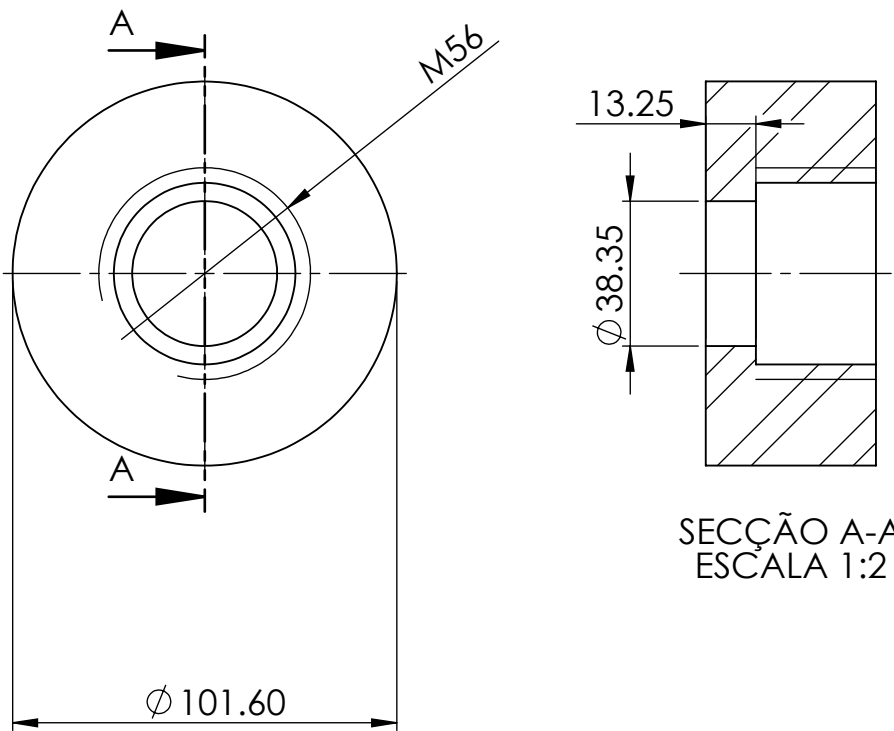


1:10
NP 265 Médio

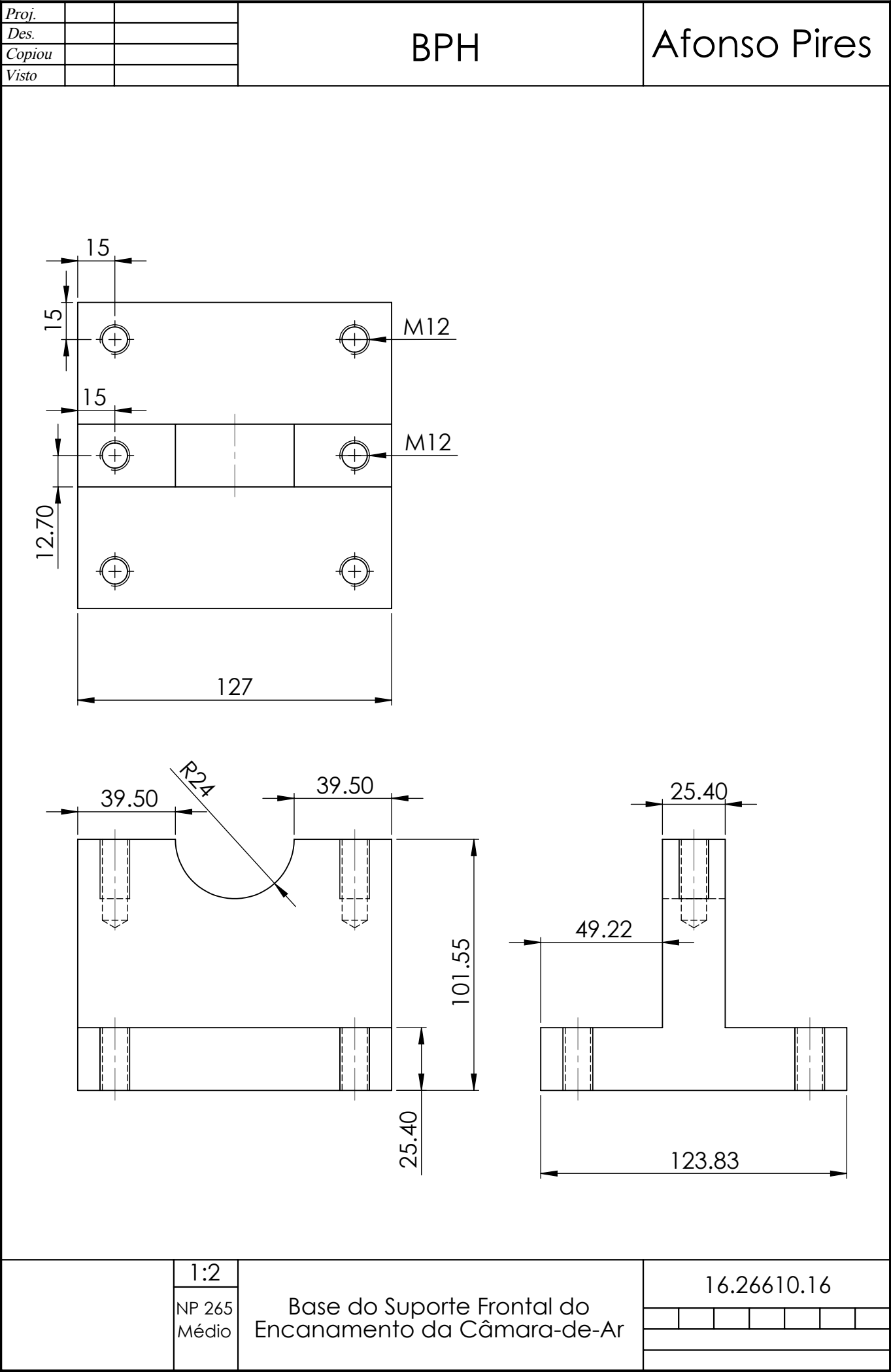
Encanamento da Câmara-de-Ar

14.26610.16

Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



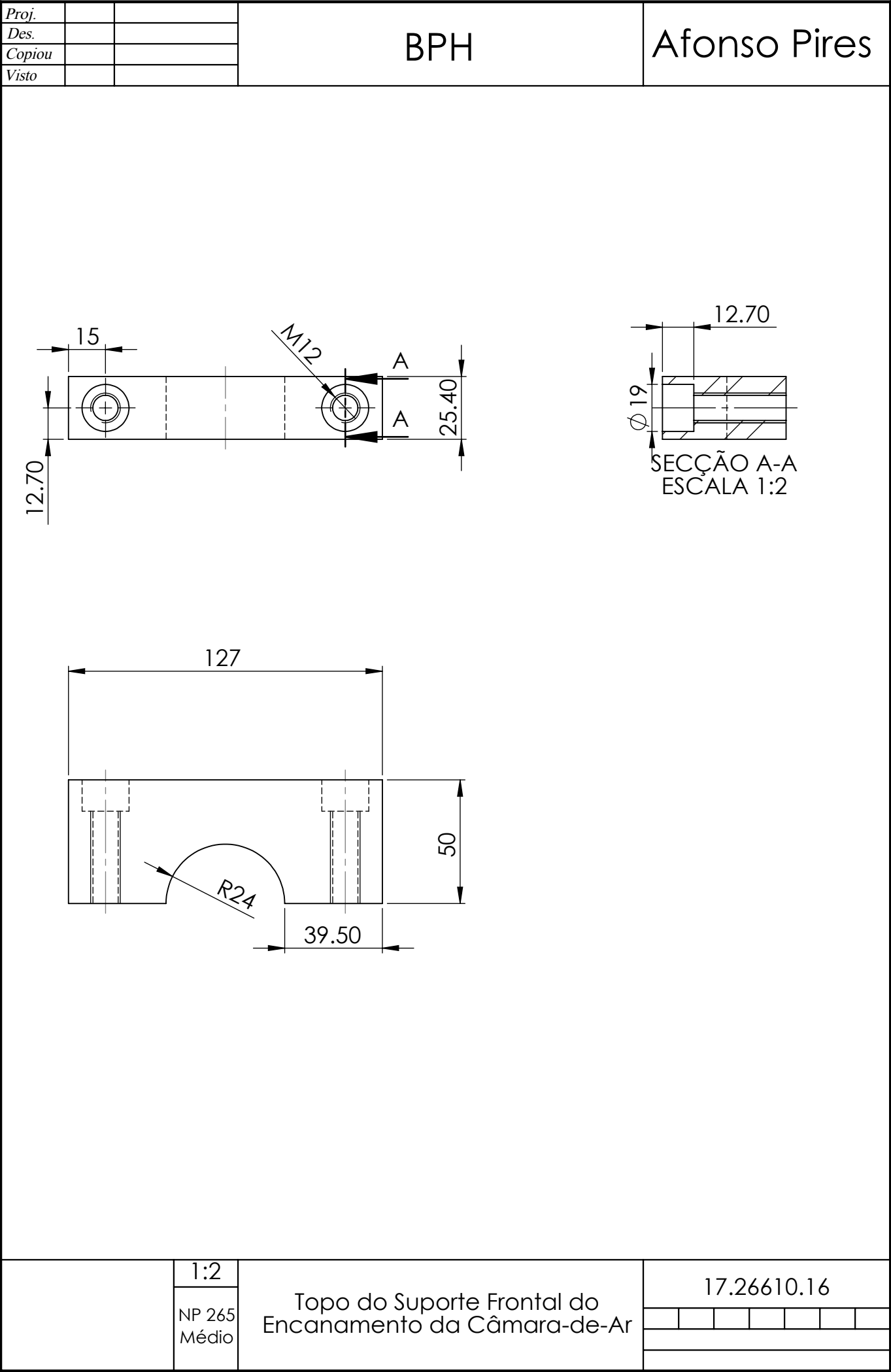
	1:2	Porca do Encanamento da Câmara-de-Ar	15.26610.16					
	NP 265 Médio							

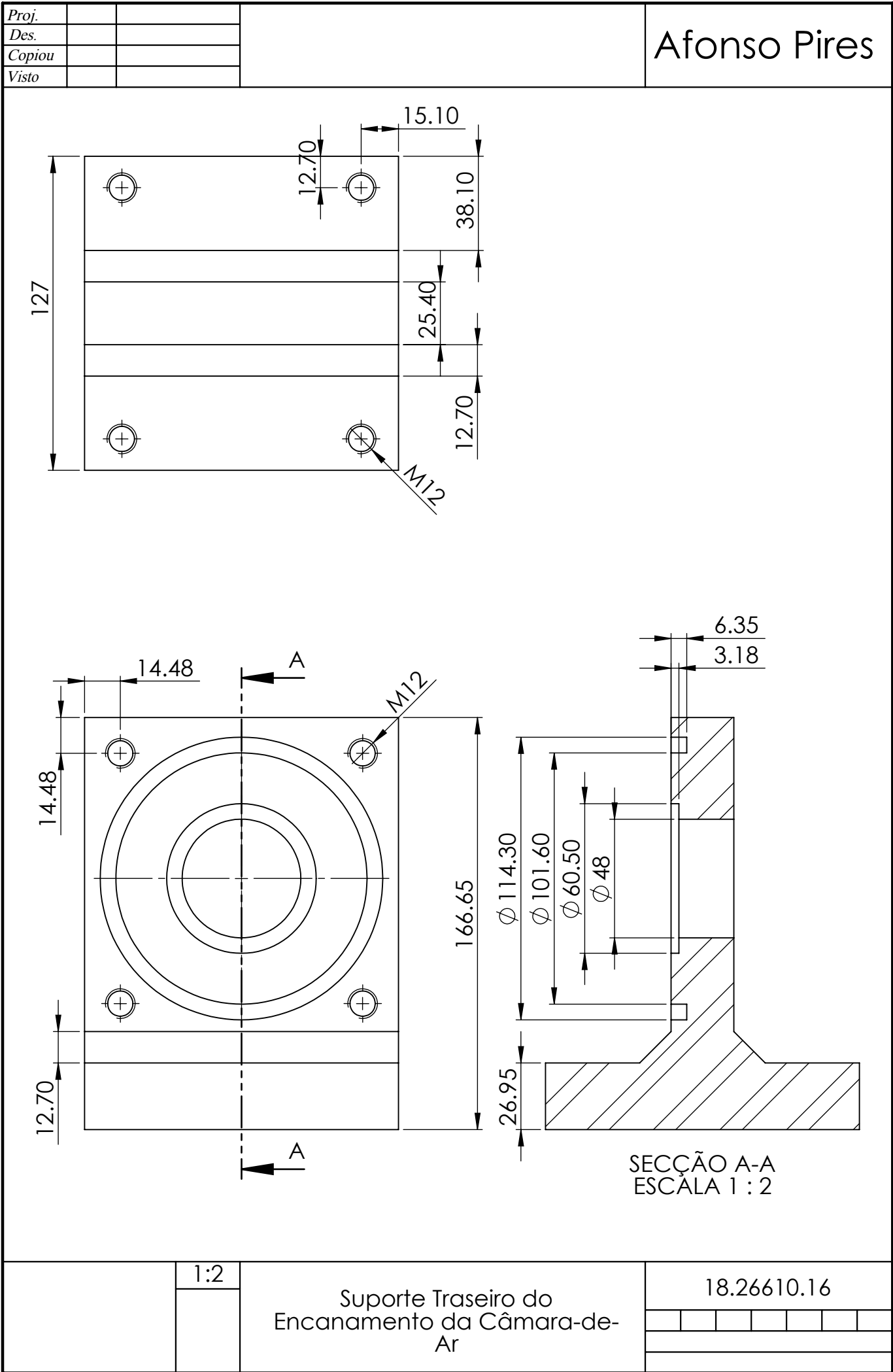


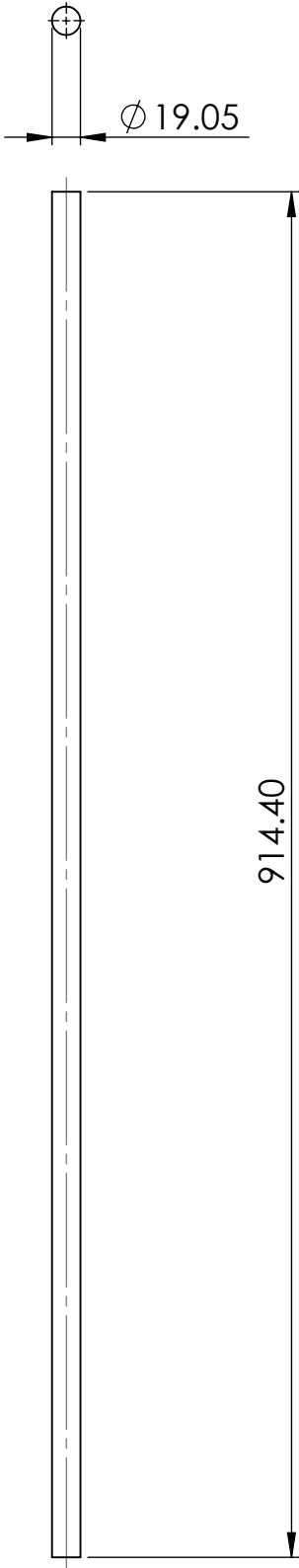
1:2
NP 265 Médio

Base do Suporte Frontal do
Encanamento da Câmara-de-Ar

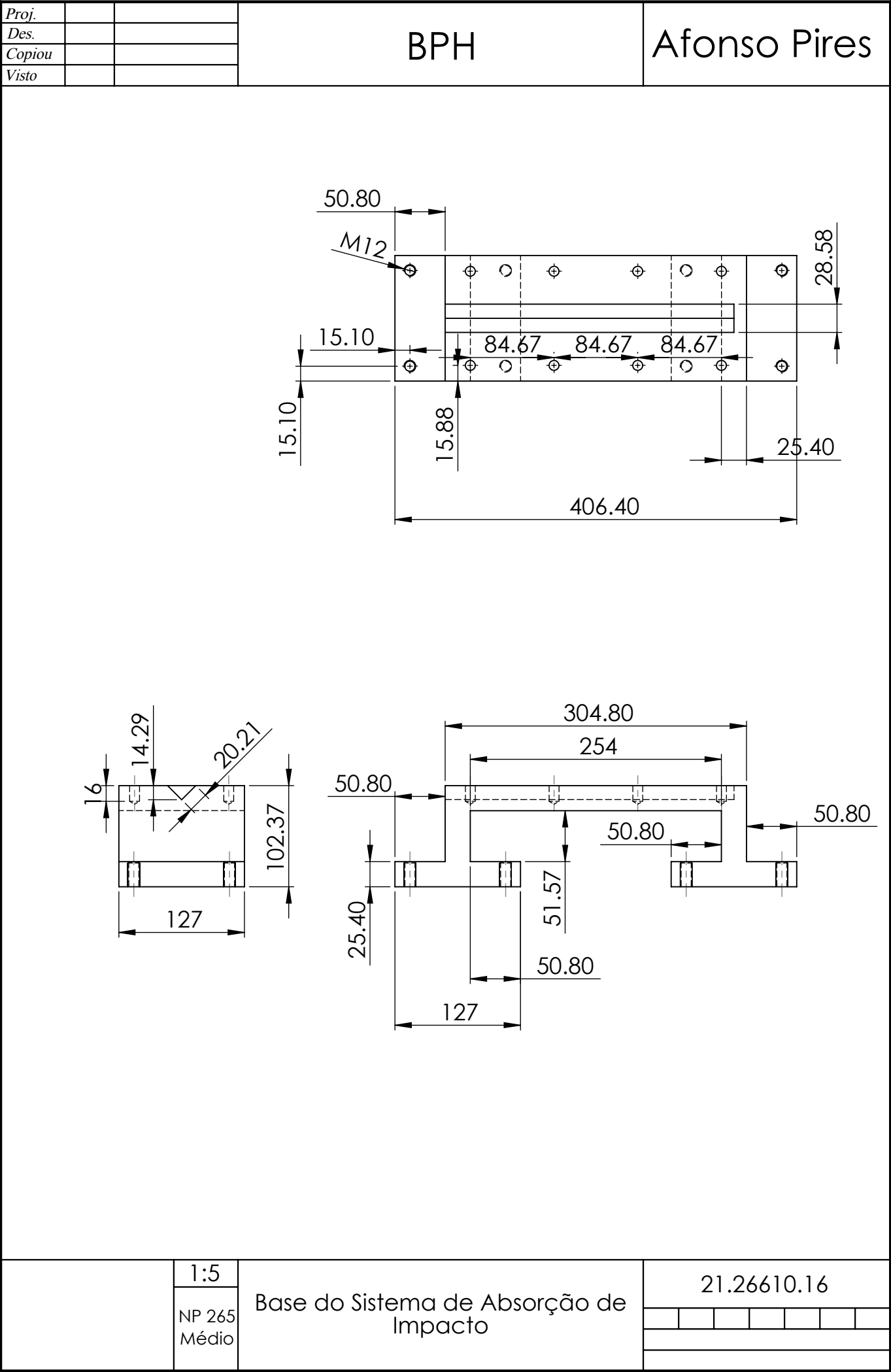
16.26610.16



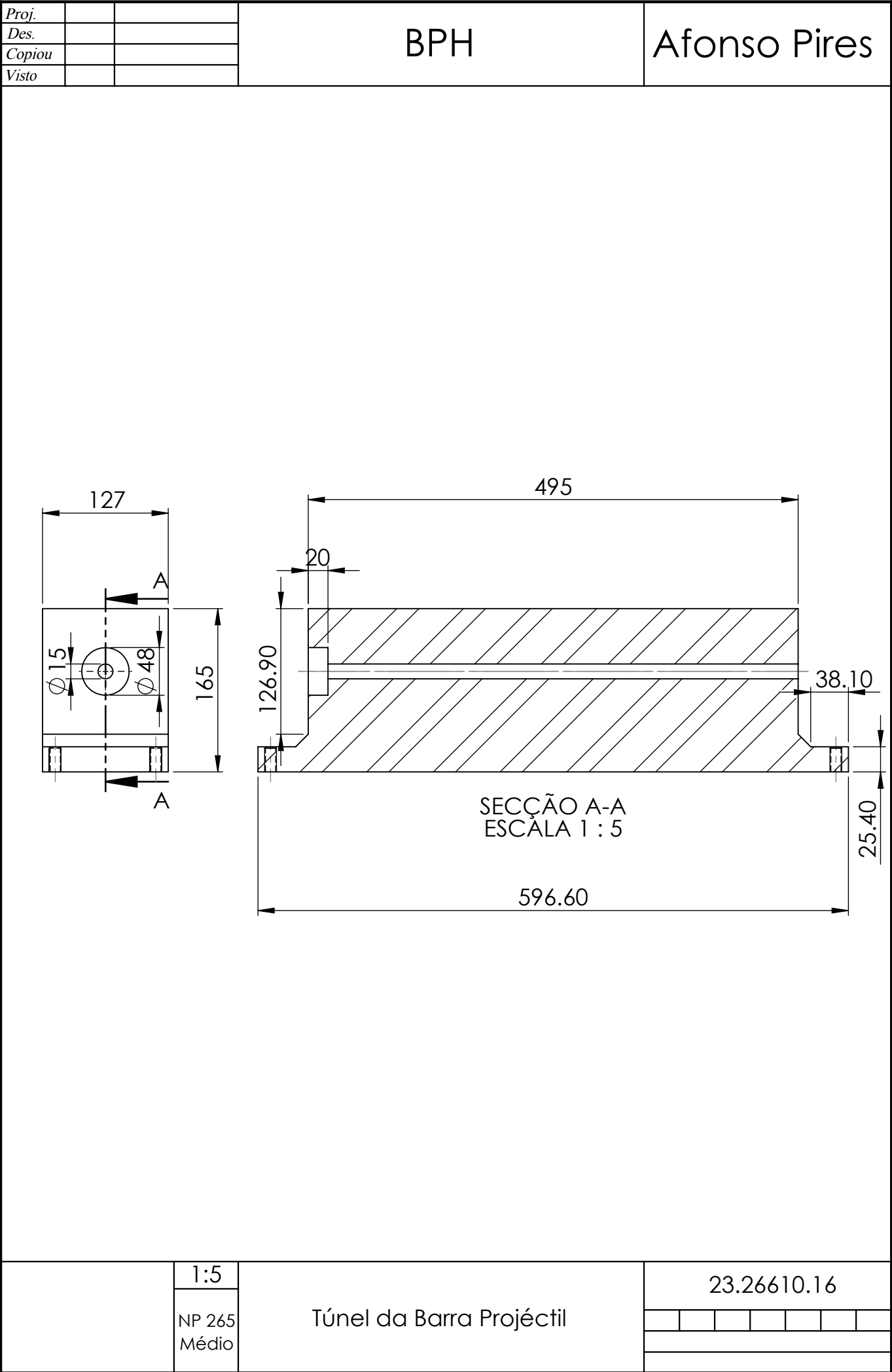


Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				
<div></div>				
		1:5	Barra de Absorção para Ensaios de Compressão	19.26610.16
		NP 265 Médio		

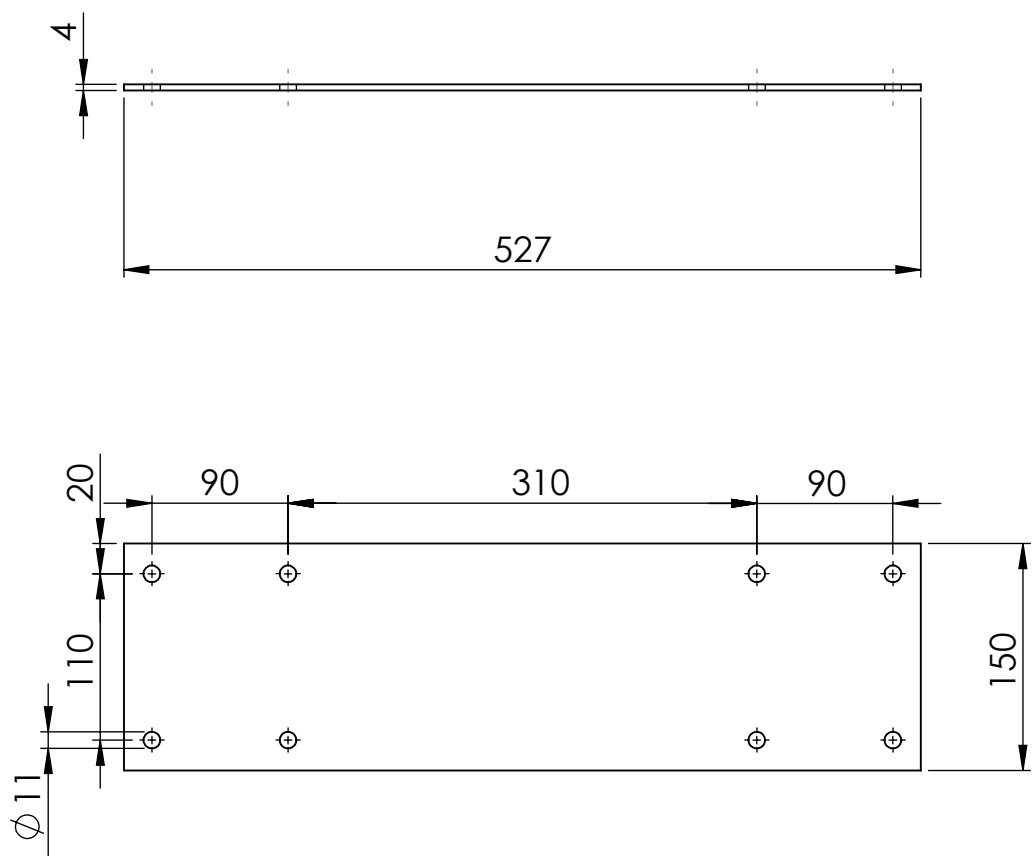
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				
<div><div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div></div><div></div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> <div><div></div><div></div></div> </				



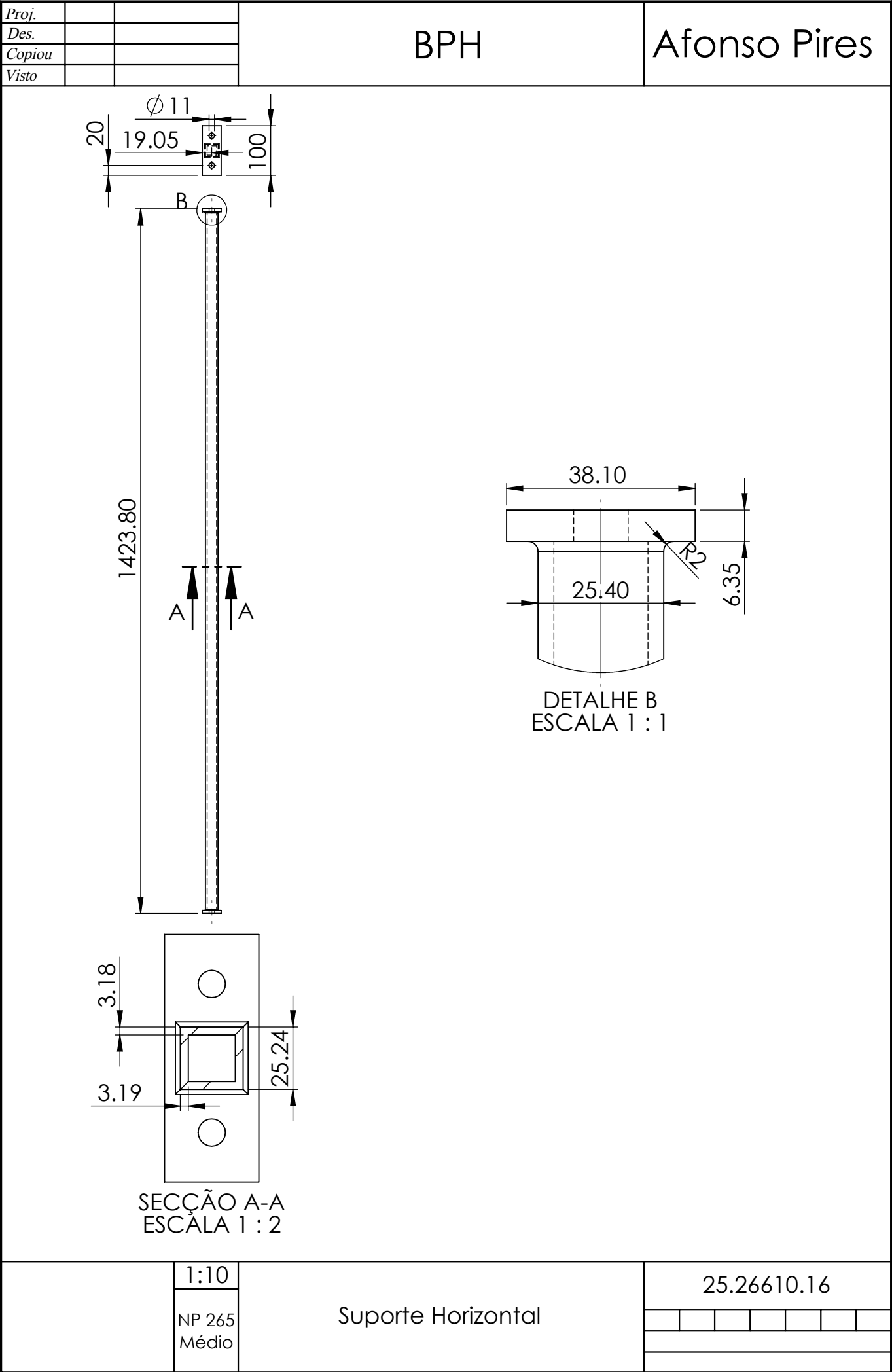
Proj.			BPH		Afonso Pires				
Des.									
Copiou									
Visto									
<div><div><div><div></div><div></div></div><div><div></div><div></div></div></div><div><div></div><div></div></div><div>19.88</div><div>50.80</div></div> <div><div><div></div><div></div></div><div>304.80</div></div>									



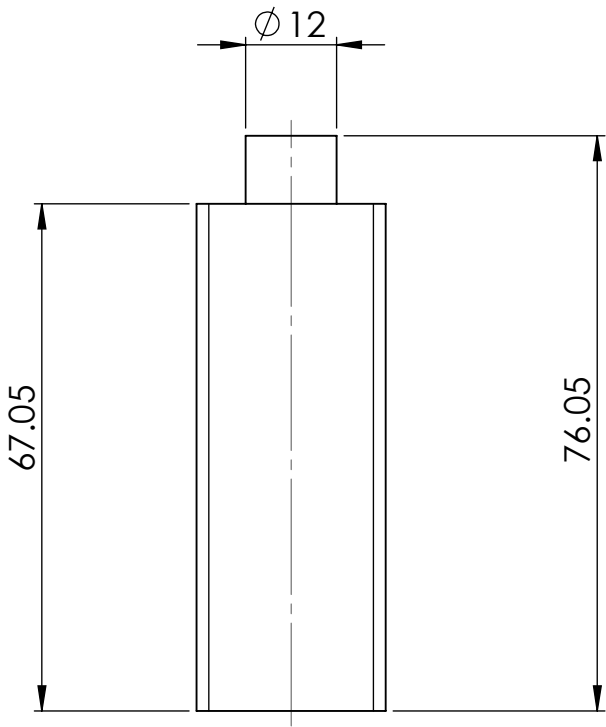
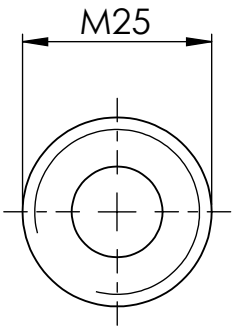
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



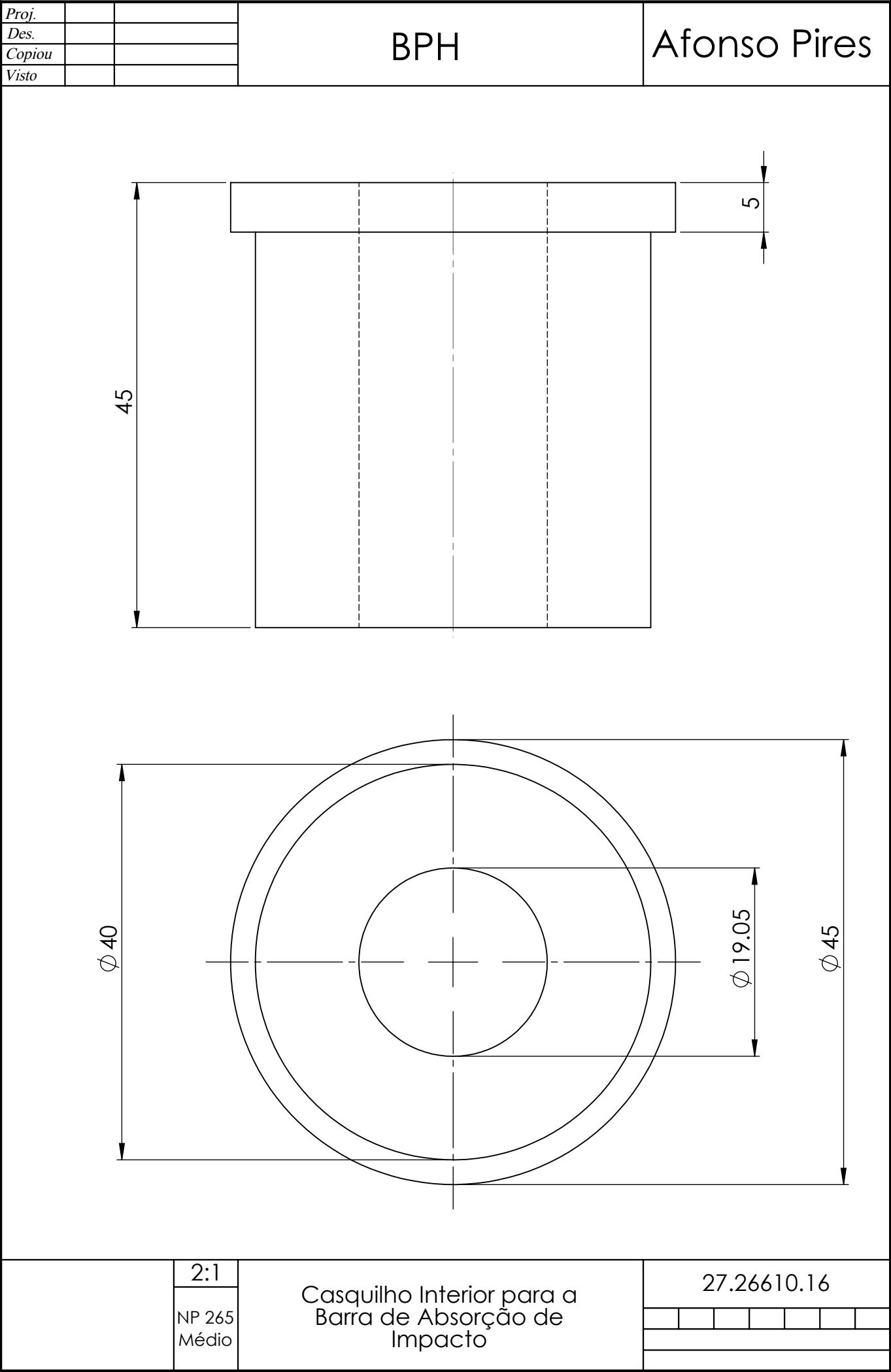
	1:5	Placa de Apoio para a Viga	24.26610.16					
	NP 265 Médio							



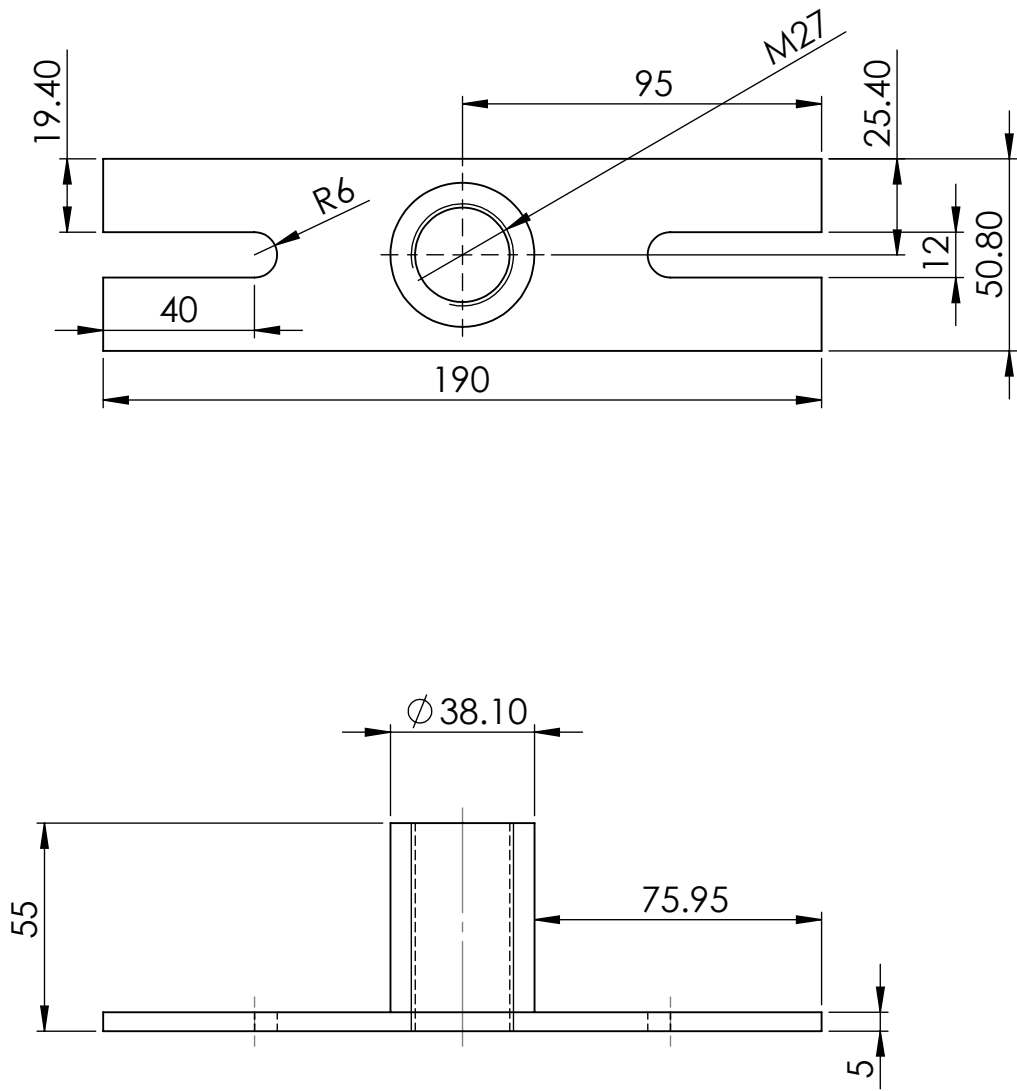
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



	1:1	Varão Roscado	26.26610.16			
	NP 265					
	Médio					



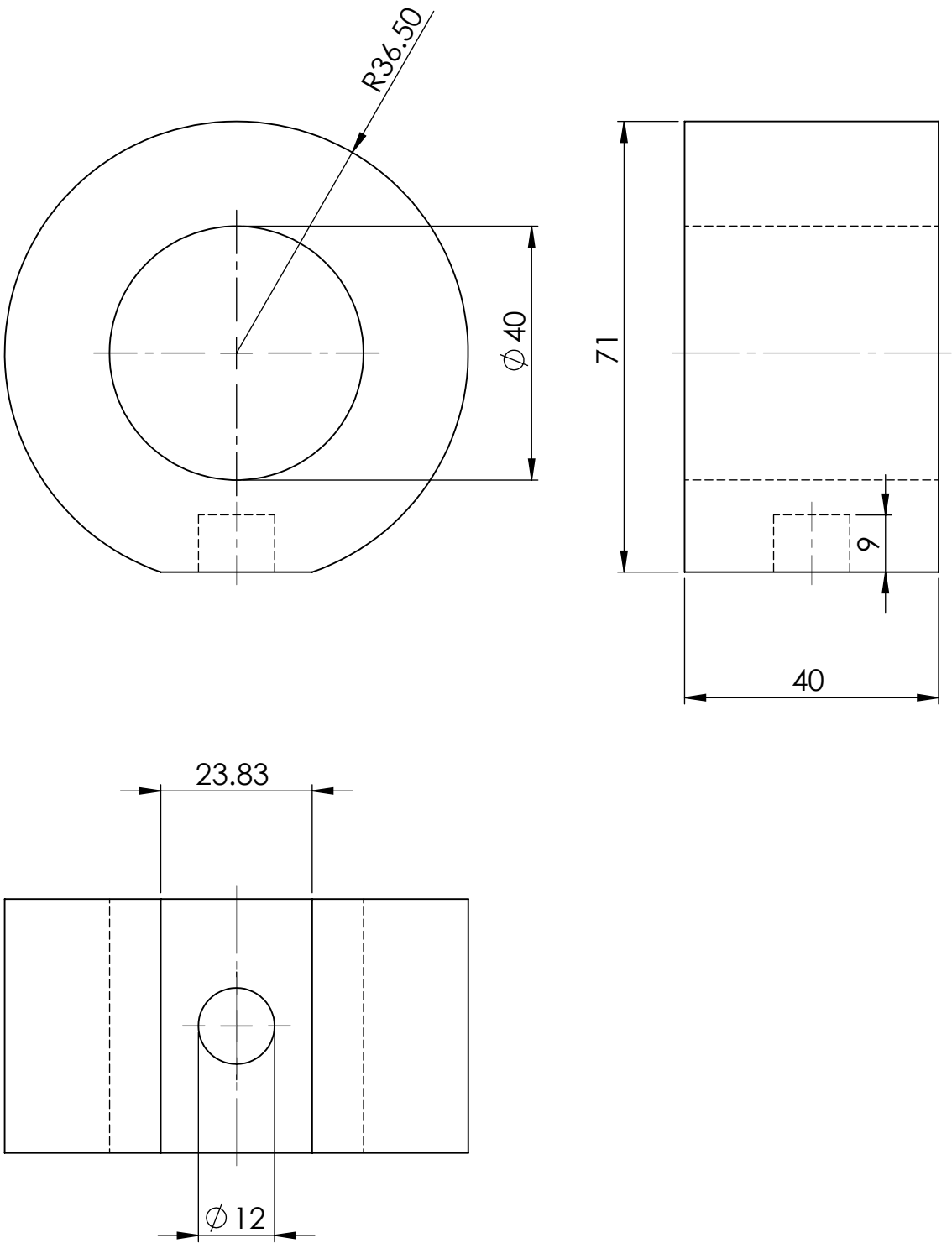
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



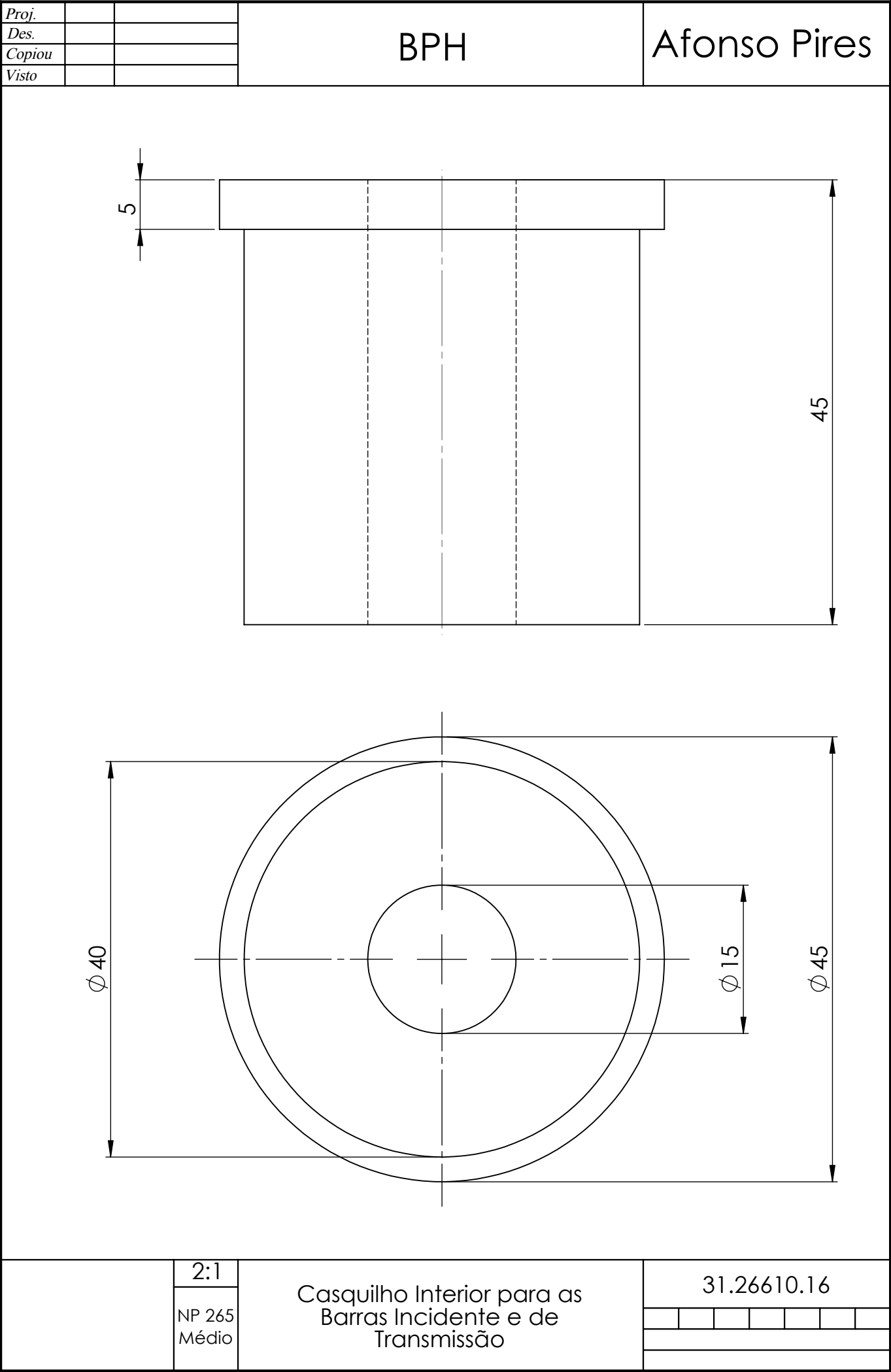
	1:1	Base do Suporte das Barras	28.26610.16
	NP 265		
	Médio		

Proj.			BPH		Afonso Pires	
Des.						
Copiou						
Visto						
			<div><div><div></div><div>25</div></div><div>25</div></div> <div><div></div><div>190</div></div>			
		1:1	Barra de Suporte		29.26610.16	
		NP 265 Médio				

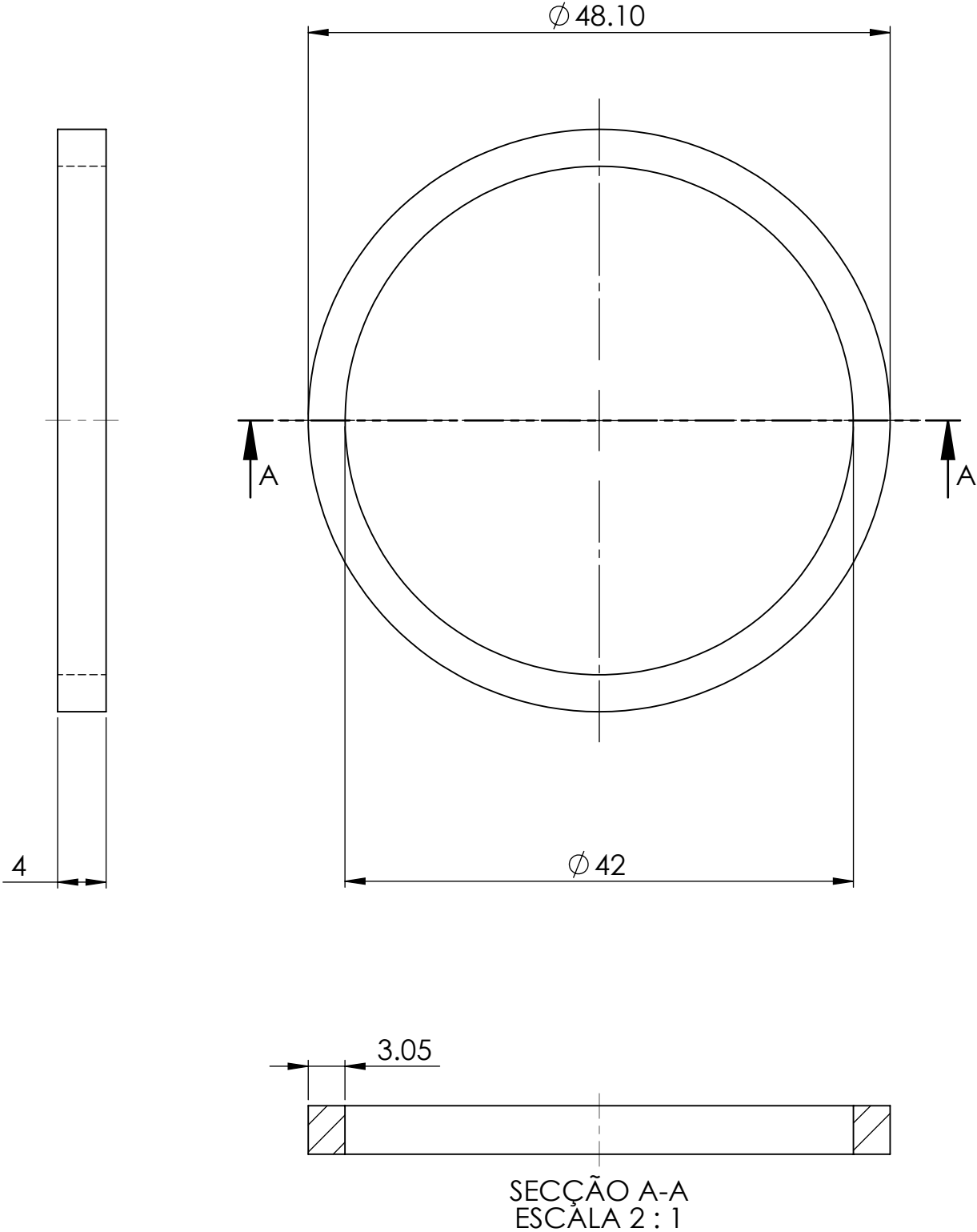
Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



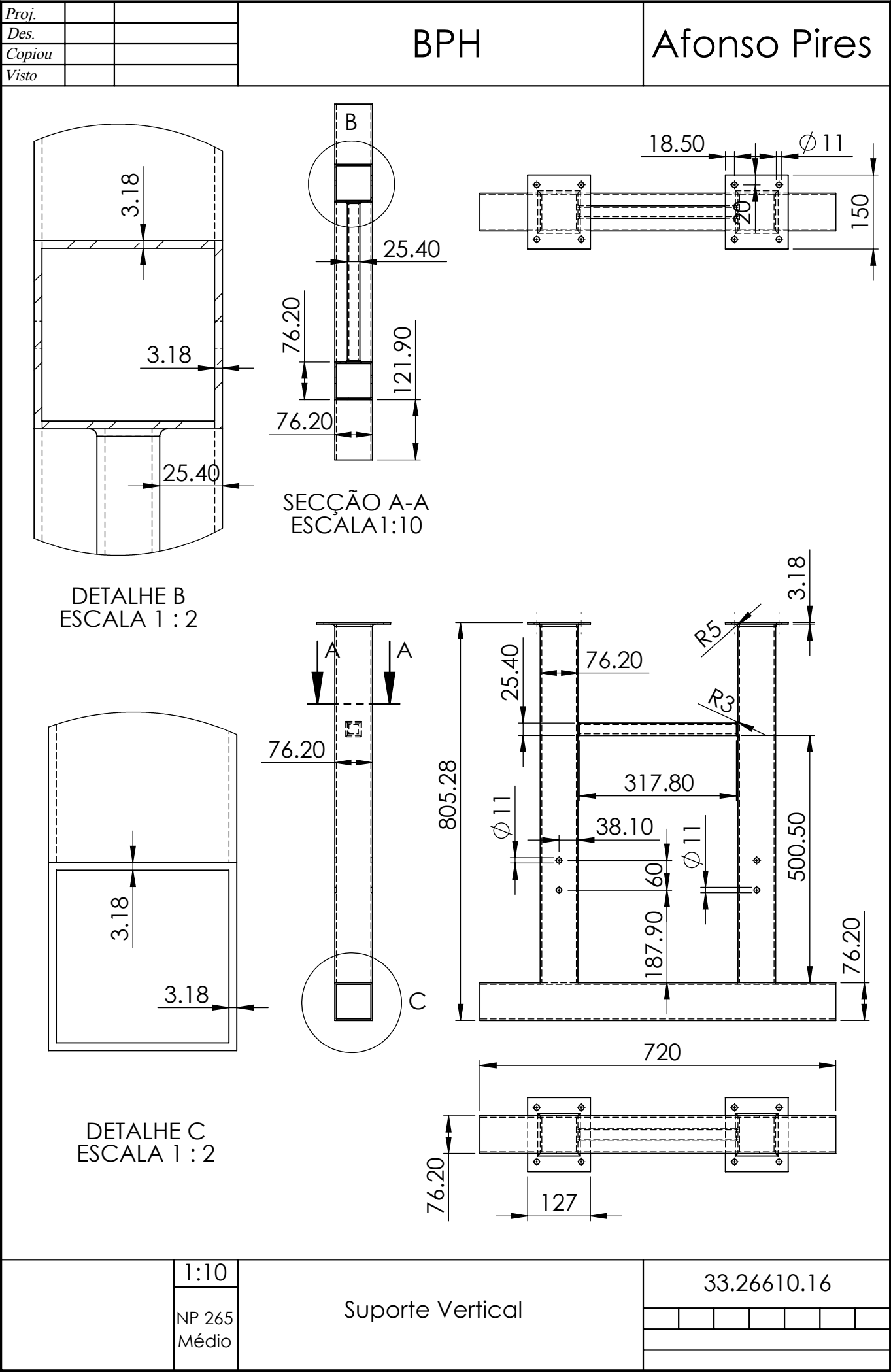
	1:1	Casquilho Exterior para o Suporte das Barras	30.26610.16
	NP 265 Médio		

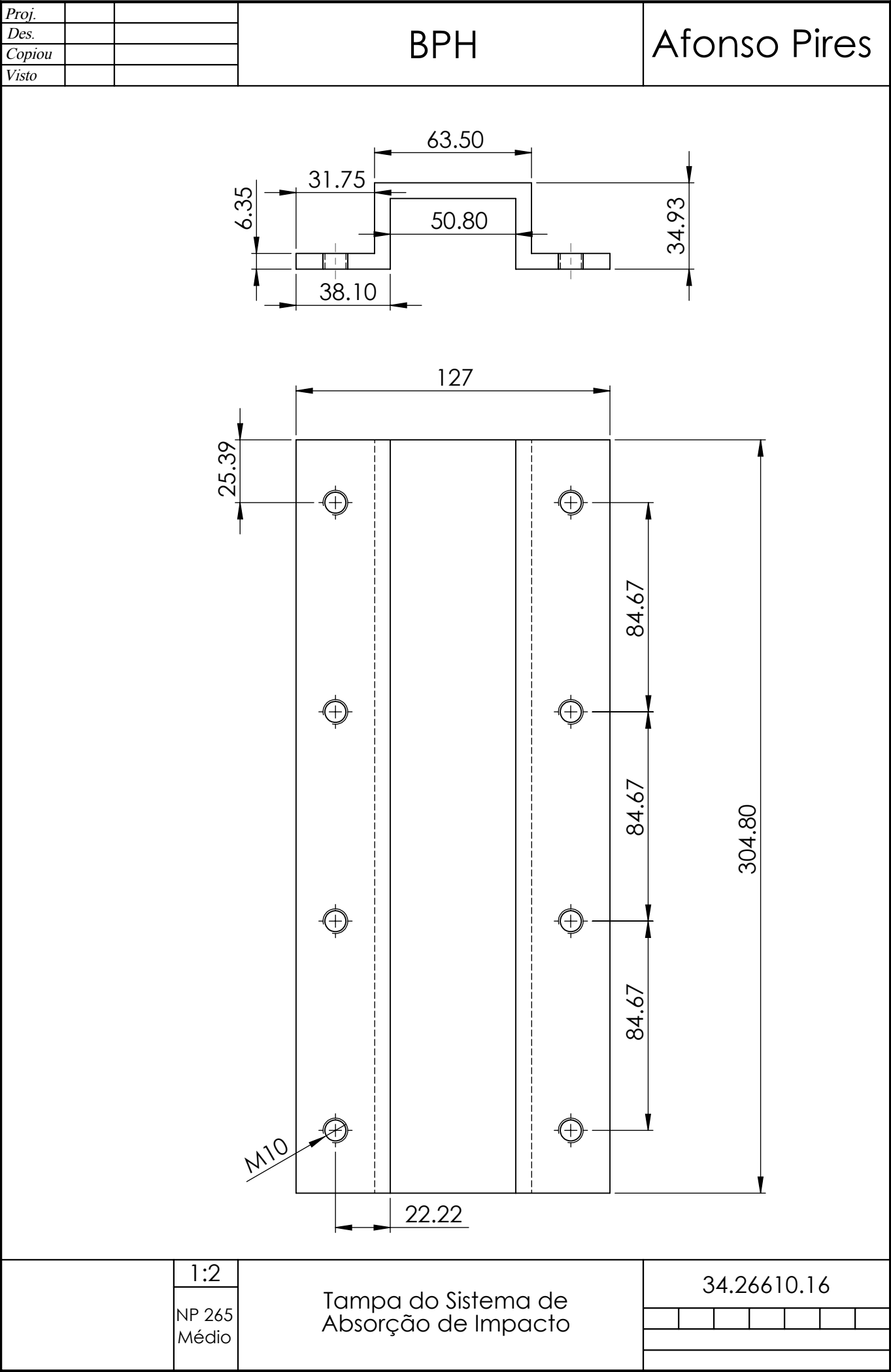


Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				

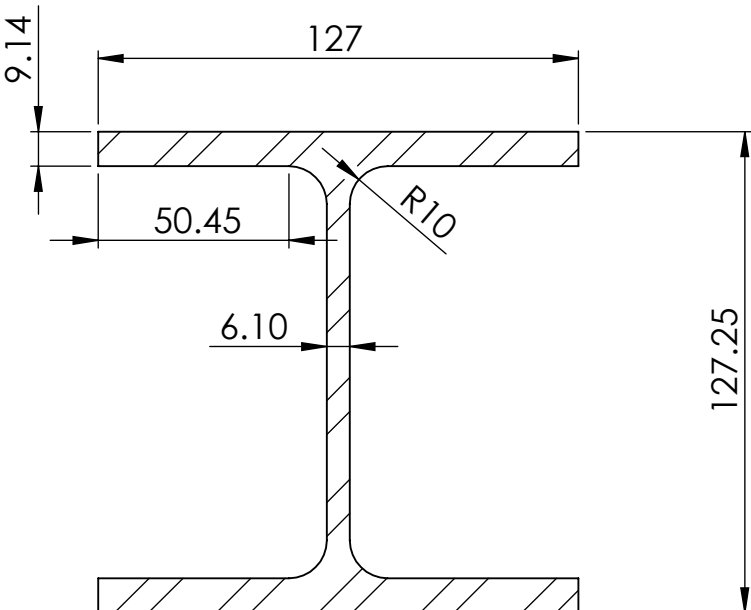


	2:1	O-Ring da Câmara-de-Ar	32.26610.16					
	NP 265							
	Médio							





Proj.			BPH	Afonso Pires
Des.				
Copiou				
Visto				



SECÇÃO A-A
ESCALA 1 : 2

1:50	NP 265 Médio	Viga de Apoio para o Sistema de Ensaio	35.26610.16					